Elementary Education Online, 2019; 18(2): pp. 734-759
İlköğretim Online, 2019; 18(2): s. 734-759. [Online]: http://ilkogretim-online.org.tr
doi: 10.17051/ilkonline.2019.562038

Yedinci Sınıf Öğrencilerin Matematiksel Modelleme Sürecinde Orantısal Akıl Yürütmelerini Etkileyen Faktörler[1]

Factors Effecting Seventh Grade Students' Proportional Reasoning in Mathematical Modelling Processes

Melike Tural Sönmez, İstanbul Aydın Üniversitesi, *mtural5@yahoo.com* ORCID: 0000-0002-3302-6982

Öz. Bu çalışmada yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulanma süresinde orantısal ilişkileri matematikselleştirme becerilerine etki eden faktörler araştırılmıştır. Araştırmanın teorik çerçevesi matematiksel modelleme ve matematikselleştirmenin iki boyutu olan yatay ve dikey matematikselleştirme (Treffers, 1987) temel alınarak yapılandırılmıştır. Çalışmanın katılımcıları matematik seviyeleri iyi olan altı yedinci sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Araştırmacı tarafından oran ve orantı ile ilgili yedinci sınıf matematik dersi kazanımlarına uygun etkinlikler geliştirilmiş ve uygulanmıştır. Katılımcılar üçerli gruplar halinde çalışmışlardır. Çalışmanın verileri, grupların sorunun çözümü sırasındaki tartışmalarını ve sınıftaki sunumlarını içeren video- ses kayıtları, araştırmacı gözlem notları ve öğrenci çalışma dokümanlarından oluşmaktadır. Çalışmada orantısal olan ve olmayan durumların ayırt edilebilmesi, tam sayı bulma beklentisi, çarpımsal ilişkileri kavramsal olarak ilişkilendirme, işlem hatalarının ardından günlük hayat durumundan dönüt alınamaması, günlük hayattan matematiğe aktarımlar, matematiksel sonuçlardan günlük hayata aktarımlar gibi bazı faktörlerin modelleme sürecini şekillendirdiği belirlenmiştir. Araştırmanın sonuçları bu faktörleri yatay ve dikey matematikselleştirme süreçleri içinde değerlendirilerek ele alınmıştır.

Anahtar Sözcükler: Orantısal düşünme, matematikselleştirme süreci, matematiksel modelleme, matematik eğitimi

Abstract. In this study, the factors which affect 7th grade students' mathematizing proportional relations within the process of applying mathematical modelling activities have been investigated. Theoretical framework of the study has been structured by taking mathematical modelling perspective and horizontal and vertical mathematizing (Treffers, 1987) -the two dimensions in mathematizing- as the central motives in the study. The participants of the study consist of six 7th grade students with good mathematics competence. The activities, which are related to seventh grade mathematics lesson objectives on ratio and proportion, have been developed and employed by the researcher. The participants worked in groups of three. The data of the study consist of discussions during problem-solving process, video and audio recordings having been used in presentations, researcher's observations notes and students' study notes. In the study, it has been figured out that some factors such as distinguishing between proportional and non-proportional situations, expecting to find a whole number, regarding multiplicative relations conceptually, not getting feedback from the real life situation following operational mistakes, making transitions from daily life into mathematics and making transitions from mathematical results into daily life have shaped the modelling process based on proportional reasoning. The results of the research have dealt with these factors within horizontal and vertical mathematizing processes.

Keywords: Proportional reasoning, mathematization process, mathematical modelling, mathematics education

[1] Bu çalışmanın verisi yazarın Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim A.B.D.'nda yürüttüğü doktora tezinin verisinin bir kısmından elde edilmiştir.

Geliş tarihi: 08.05.2018 Kabul tarihi: 17.01.2019 Yayımlanma tarihi: 15.04.2019

SUMMARY

Introduction

In this developing world, the ones that use and do mathematics have more choices in leading their future. (MEB, 2009). Freudental (1970) states that mathematical concepts come out through real life problem, and following this process, he continues that those concepts construct the formal mathematics. Freudental describes this procedure as "mathematizing". Treffers (1987) describes aforementioned process by classifying it into two categories as horizontal and vertical mathematizing. Horizontal mathematizing is the process of solving problems in which the individuals encounter with in their lives. Vertical mathematizing, however, consists of the process in which mathematical structure is reconstructed within its limits. Gravemeijer (1994) describes vertical mathematizing process as formulating mathematical rules. Since proportional reasoning is a key subject to financial decision-making and used operationally in many mathematics subjects, it is a crucial skill to be focused on (Duatepe & Akkuş, 2002; Lesh, Post & Behr, 1988; Miller, Lincoln & James, 2000;). Analyzed in detail, the literature bears no such study that investigates students' proportional relations and mathematics modelling processes within vertical and horizontal mathematizing process that Treffers presents. In this study, the factors affecting 7th grade student's skills in mathematizing proportional relations have been investigated within the scope of the application process of mathematical modelling activities designed according to Realistic Mathematics Education (RME) perspective. Minimizing the factors such as lack of experience in modelling, insufficient conceptual understanding and time restrictions and evaluation anxieties caused by these factors, it was aimed to identify the factors that affect modelling proportional relations.

Method

This study is a case study designed to investigate mathematizing process of proportional relations of the students who have modelling experiences and are competent in 7th grade mathematics lessons that have been prepared in terms of mathematical RME. The students have been chosen via purposeful sampling method. In order to minimize insufficient conceptual understanding that prevents modelling process from operating and the external factors such as time restrictions and evaluation anxieties, the students with the highest grades have been chosen and the application has been designed in a way that doesn't set time restrictions and cause exam anxiety. Two groups of three have been employed. The researcher constructed two mathematical modelling activities related to proportional reasoning. The instruments for data collecting in this study are video-audio recordings focusing on class discussions and group works, students' study notes and researcher's observation notes. Triangulation has been employed in this study so as to provide situations for questioning it from different perspectives. In the study, different data sources such as transcripts of the video-audio recordings, observation notes, students' documents and studies, have been used and all the data collecting instruments have been evaluated as a whole as to verify the themes in a consistent way (Creswell, 2003; Merriam, 1998; Miles & Huberman, 1994), then rich descriptions have been depicted. Experts' evaluation of the process codes for the same mathematizing activities has been compared via Kappa test and the Kappa coefficient has been found as 0.79. In this context, Kappa coefficient indicates that grading instruments have a good level of reliability consistency among the arbitrators. Differences in encodings done by the experts have been revised and reconciliation between the researchers and the experts has been achieved.

Results, Discussion and Conclusion

Factors that influence proportional reasoning in mathematical modelling process, have been defined as; distinguishing between proportional and non-proportional situations, expecting to find a whole number, regarding multiplicative relations as being conceptual, not getting feedback from the real life situation following operational mistakes, making transitions from daily

life into mathematics and making transitions from mathematical results into daily life. The result of the research have dealt with these factors within horizontal and vertical mathematizing processes and mathematical modelling perspective.

The discussions, which take place among the students during the modelling process, that are carried out meaningfully by referring the daily life, have made it easier to choose a logical mathematical method. It has been observed that sufficient and efficient horizontal mathematizing process doesn't guarantee this process to be effective but makes it easier. Choosing the right method in an effective vertical mathematizing process, the relations created among mathematical concepts and the operational procedures possessed great importance. Following the mathematizing process, students associated the results they found with their daily lives or criticizing them according to their daily lives provided an important feedback for mathematizing processes. Another important point in the research is that, the students tend to find constant rate or constant rise before differentiating proportional and non-proportional situations. This is also show that they have difficulty in identifying proportional and non-proportional situations. Furthermore, the students tend to think the result to be incorrect when the proportional relation results are not a whole number. Upon getting results which are not a whole number, the students feel the need for revising the operations they did. This situation makes the students question the subject of transferring decimal notation and repeating decimal into daily life. Using test technique in the lessons and workbooks and the results in the options are presented as a whole number could be a reason for these situation. In the modelling activity, it is observed that some of the students are not able to connect mathematical concepts related to proportional relations although they know the definitions regarding proportional relations and calculation procedure. The students did ratio, proportion and percentage calculations separately, and they thought the result would different for each calculation. In this activity, the students were able to carry out the procedures and operations of ratio, proportion and percentage subjects although they did not realize that percentage has ratio in itself. As a recommendation, the reason why the students -competent in mathematics- are not able to make connections among mathematical concepts during the mathematizing process should be questioned.

GİRİŞ

Gelişen dünyamızda, matematik yapanlar ve kullananlar, geleceklerini şekillendirmede daha fazla seçeneğe sahip olmaktadırlar (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2009). 1970'li yıllarda, Hollandalı matematik eğitimcisi Freudenthal tarafından bu yaklaşımla ilişkili olarak Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME) ortaya konulmuştur. Matematiğin tarihsel gelişimine bakıldığında Freudenthal (1970), matematiksel kavramların gerçek hayat problemleri ile ortaya çıktığını, günlük hayattan aktarımların ardından formal matematiğin oluştuğunu ifade etmektedir. Freudenthal, bu sürece "*matematikselleştirme (mathematising)"* adını vermiştir. Wheeler (1982) organize etmenin, formalize etmenin ve yapılandırmanın matematikselleştirmenin bileşenleri olduğunu belirtmiştir. Matematikselleştirmenin doğası ilişkileri anlama, ilişkileri idealleştirme, ilişkiler üzerine işlem yapma, içselleştirme, görselleştirme, algılama, dönüştürme, referansın çatısını değiştirme, anlaşılan özelliklere tekrar odaklanma, koordine etme, günlük hayat ile karşılaştırma ve idealleştirme, problemi yeniden düzenleme ve algıları sentezlemeden oluşmaktadır (Wheeler, 1982).

Matematiksel Modelleme Yaklaşımı ve Matematikselleştirme Süreci

Son yıllarda eğitimde bilişsel ve yapılandırmacı yaklaşımın etkilerinin görülmesi ile birlikte matematiksel modelleme etkinlikleri uygulanmaya başlanmıştır. Matematiksel modelleme etkinlikleri matematikselleştirme sürecinin açıklanması ve değerlendirilmesi açısından zengin veriler oluşturabilmektedir. Berry ve Houston (1995), matematiksel modellemenin gerçek dünyada karşılaşılan problemleri matematiksel olarak ifade etmede ve bu problemleri çözmede güçlü bir araç olduğunu belirtmiştir. Matematiksel modelleme sürecinde problemin verilenleriyle istenenleri arasında bir tek çözüm yolunun ve sonucun olmaması, matematiksel modellemeyi güçlü kılan önemli bir noktadır. Geleneksel ders kitaplarındakilerden farklı olarak matematiksel modelleme problem bağlamları, öğrencilerin üst düzey düşünebilmelerini sağlayan açık uçlu, rutin olmayan, günlük yaşantılarla ilişkilendirilebilen ilgi çekici yapıdaki problem durumlarıdır. Bu nedenle matematiksel modelleme bağlamları öğrencilerin anlamlı öğrenmelerini desteklemekte, öğrencilerin matematiksel düşünme süreçleriyle ve sahip oldukları kavramsal bilgileriyle ilgili öğretmenlere ve araştırmacılara bilgi verebilmektedir. Matematiksel modelleme problemlerinde problemin çözüm yolunu direkt belirtecek ifadeler yoktur. Probleme çözüm yolu bulmaya, ardından genel bir modele ulaşmaya çalışan öğrenci, bildiği matematiksel kavramlar ve bunlar arasındaki bağlantıları kurmaya çalışır. Bu sırada farklı düşünme yollarını dener. Bu nedenle, matematiksel modelleme sürecinde öğrenciler birden fazla veriyi bir arada göz önünde bulundurmalı ve buna bağlı olarak birçok çözüm yolu düşünmelidir (Türker Biber & Yetkin Özdemir, 2015). Matematiksel modelleme ile ilgili çalışmalar incelendiğinde bazı çalışmaların modelleme sürecinin aşamalarına odaklandığı görülmektedir. Literatürde matematiksel modelleme sürecinin betimlenmesi ve analizi *matematikselleştirme süreci*nden farklı şekilde aşamalandırılmıştır. Lesh ve Doerr (2003) ve Blum ve Niss (1991) matematiksel modelleme süreçlerini dört başlıkta aşamalandırmışlardır. Bunlardan ilki *problemin anlaşılıp, yorumlanması aşaması*dır. Bu aşamada öğrenciler, problemin içerisinde bulunan tabloyu, grafiği ve sözel bilgileri anlayıp ve bunlardan sonuçlar çıkarırlar. İkinci aşama *problemi manipüle etme ve bir matematiksel model geliştirme aşaması* olarak isimlendirilmiştir. Bu aşamada değişkenler ve bunların arasındaki ilişkiler belirlenir, hipotez oluşturulur, bağlamsal bilgi değerlendirilir ve model geliştirilir. Üçüncü aşama olan *çözümün yorumlama aşaması*nda ise problemin çözümü için karar verilir, kurulan sistem analiz edilir ve yeni çözümler önerilir. Son aşama ise çözümü *doğrulama ve gösterme aşaması*dır. Bu aşamada çözüm genellenir, diğer bireylerle paylaşılır ve farklı perspektiflerle değerlendirilir.

Gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımı ile Treffers (1987) matematikselleştirme sürecini "*yatay matematikselleştirme*" ve "*dikey matematikselleştirme*" şeklinde iki kategoriye ayırarak isimlendirmiş ve incelemiştir. Yatay matematikselleştirme, bireylerin yaşantılarında karşılaştıkları bir sorunu çözme sürecidir. Dikey matematikselleştirme ise matematiksel yapının kendi içinde yeniden yapılandırılması sürecini kapsamaktadır. Gravemeijer (1994), yatay matematikselleştirme sürecini, bağlamsal konularla değişen matematik problemini aktive etme süreci olarak; dikey matematikselleştirme sürecini ise matematiksel kuralları kullanarak formülüze etme olarak betimlemektedir. Bunu bir örnek ile şu şekilde ele alabiliriz: Ailesinin enflasyon karşısında alacağı zammı merak eden bir öğrencinin, bu hesabı yapabilmesi için bağlamı yüzde hesaplama ile ilişkilendirmesi yatay matematikselleştirme süreci içinde ele alınabilir. Bu sürecin ardından matematiksel hesaplamalar yapabilmesi, çarpımsal ilişkileri matematiksel bir dille ifade edebilmesi ise dikey matematikselleştirme süreci içinde değerlendirilebilir. Yatay matematikselleştirme sürecinde, her bir etkinliğe göre öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliğini hangi matematiksel kavram, gösterim, beceri ve düşünce ile ilişkilendirdiği veya kullandığı üzerinde durulabilir. Bu süreçte öğrencilerin bilgi ve anlayışlarının onların matematiksel yöntem seçimlerini ve matematiksel tartışmalarını nasıl etkileyerek yatay matematikselleştirme sürecini şekillendirebildiği irdelenebilir. Dikey matematikselleştirme süreci irdelenirken problemi matematiksel kavram ve düşünce ile ilişkilendirilmesinin ardından öğrencilerin kavramlar, işlemler ve stratejiler arasındaki ilişkiyi nasıl kurdukları, işlem ve prosedürleri nasıl uyguladıkları, matematiksel ilişkilerden yola çıkarak genellemelere nasıl ulaştıkları ele alınabilir.

Öğrencilerin matematiksel kavramları öğrenmelerinde ve uygulamalarında matematikselleştirme süreçleri önemli veriler vermektedir. Literatür, öğrencilerin yatay matematikselleştirme süreçlerinde sıkıntılar yaşadıklarını göstermektedir. Örneğin, öğrencilerin problemin bağlamında sunulan yaşantılarıyla ilişkili bilgileri dikkate alamadıkları, benzer şekilde matematiksel bilgi ve düşüncelerini yaşantılarına aktaramadıkları ve sezgilerinden faydalanamadıkları vurgulanmaktadır (Beyazit 2013; Chacko 2004; Greer, 1993; Verschaffel ve diğerleri, 1994). Literatürde öğrencilerin yaptıkları hata kaynaklarına bakıldığında Skemp (1976) ve Hiebert ve Lefevre (1986)'nin ortaya koyduğu işlemsel ve kavramsal bilgiler yol gösterici olmaktadır. Hiebert & Lefevre (1986) ilişkisel öğrenmenin kavramsal yapılar arasında bağlantılar kurmayı gerektirdiğini de belirtmektedirler. Skemp (1976) ise öğrenme sürecini ilişkisel (relational) ve enstrumental (enstrumenthal) öğrenme şeklinde iki başlık altında ayırt etmiştir. Skemp (1976) ilişkisel öğrenmenin neyi neden uyguladığını bilmeyi gerektirdiğini, enstrumental öğrenmenin ise nedenlerini bilmeden kural uygulamayı içerdiğini belirtmiştir. Şen Zeytun (2013) öğretmen adayları ile yaptığı çalışmada modelleme sürecini etkileyen bazı faktörlerin olduğunu vurgulamıştır. Bu faktörleri modelleme süreci ile ilgili deneyim eksiklikleri, yetersiz kavramsal anlayışları, zaman sınırlılıkları ve kendisinin bir başkası tarafından değerlendirme kaygıları olarak belirtmiştir. Bu faktörlerden yetersiz kavramsal anlayışı matematikselleştirme süreci ile açıklayabilirken diğer faktörleri matematikselleştirme süreci ile ilişkilendirmek mümkün olmamaktadır. Matematikselleştirme sürecinin konu bazlı daha detaylı ele alınması modelleme sürecini etkileyen faktörlerin daha derinlemesine incelenmesini de fırsat verebilecektir.

Orantısal Düşünme

Orantısal düşünme günlük hayat problemlerinin çözümü için önemli becerilerden biridir (Shield & Dole, 2008). Günlük hayat problemlerinin çözümünde özellikle de finansal karar vermede orantısal düşünmenin önemi büyüktür (Dooley, 2006). Orantısal düşünme, pek çok matematik konuları arasında bağlantı kurulmasını sağlayan tampon bir yapıdadır. Örneğin orantısallık yüzdeler, benzerlik, doğrusal denklemler, eğim, grafik çeşitleri ve olasılık gibi konularda kullanılır (NCTM, 2000 Akt: Duatepe ve Akkuş, 2002). Kavramlar arası ilişkilerin kurulmasında önemli bir faktör oluşturduğu için, orantısal düşünme matematik ders programlarının özünü teşkil eden temel düşüncelerden biri olarak kabul edilmektedir (Lesh, Post & Behr, 1988). Literatürde orantısal akıl yürütme olarak da isimlendirilir; çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkinin anlaşılması sürecidir. Lamon (1995), "orantısal akıl yürütme gerektiren durumlarda, değerler arasında mutlak bir değişim olduğu ve içerisinde toplamsal ilişkiyi barındırdığı algısı yerine bileşenler (değişkenler) arasında bağıl (göreceli) bir değişim olduğu ve aralarında çarpımsal ilişki bulunduğu" (s. 227) düşüncesiyle hareket edilmesinin altının çizilmesinin önemli olduğunu belirtmiştir. NCTM' e (2000) göre, orantısal düşünme orantısal ilişkili miktarları fark etmeyi, bu miktarlar ve miktarlar aralarındaki ilişkiler hakkında düşünme için tablolar, grafikler ve eşitlikler gibi çoklu gösterimleri kullanmayı içerir. Literatür, orantısal düşünmenin orantısal olmayan durumları da ayırt etmeyi içerdiğini vurgulamaktadır (De Bock, Verschaffel, & Janssens, 1998;

Ebersbach, Van Dooren, Goudriaan, & Verschaffel, 2010; Fernández & Llinares, 2009; Fernández, Llinares, & Valls, 2008; Modestou & Gagatsis, 2007; Owens,1993; Van Dooren, De Bock, Janssens, & Verschaffel, 2005).

1979 yılından bu yana rasyonel sayı projesi başlığı altında öğrencilerin orantısal düşünmelerini inceleyen birçok araştırma yapılmıştır. Owens (1993) 900 yedinci ve sekizinci sınıf öğrencisine oran-orantı ile ilgili, verilmeyen değeri bulma, sayısal karşılaştırma ve iki çeşit niteliksel problemi içeren bir test uygulanmış, öğrenciler tamsayı ve tamsayı olmayan ilişkiler, hız, alışveriş, oran, ölçekleme gibi değişik konularda test etmiştir. Bu projede orantısal problemleri çözme stratejisi olarak birim oran, değişim çarpanı, içler dışlar çarpımı işlemi, denk kesirler, denklik sınıfları ve toplamsal ilişki olmak üzere altı strateji olduğu ortaya konmuştur. Avcı ve Doğan (2014) benzer araştırmayı yedinci sınıf öğrencileriyle uygulamış; öğrencilerin kullandığı stratejileri içler dışlar çarpımı algoritması, değişim çarpanı stratejisi, parça-parça stratejisi, oran tablosu, artırma stratejisi, denk kesir stratejisi, birim oran stratejisi ve parça-bütün stratejisi olarak belirlemişlerdir. Türkiye'de bulunan yedinci sınıf öğrenciler arasında orantı ile ilgili problem çözümünde en yaygın olarak kullanılan stratejilerin içler dışlar çarpımı algoritması (Duatepe, Akkuş- Çıkla & Kayhan 2005) ve değişim çarpanı (Avcı & Doğan, 2014) stratejisi olduğu görülmüştür. Heller, Ahlgren, Post, Behr ve Lesh (1989) öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini bağlamsal faktörler ile açıklamışlardır. Orantısal akıl yürütme ile ilgili problem bağlamlarını öğrencilerin deneyimlerine benzer ve benzer olmayan şeklinde ayırdıklarında öğrencilerin deneyimlerine benzer bağlamlarda orantısal akıl yürütmede daha başarılı olduklarını ifade etmişlerdir. Buna paralel olarak, öğrencilerin gerçek hayat durumlarında problem çözme sürecindeki orantısal düşünme beceri performanslarını konu alan araştırmalarda sınıf düzeyi arttıkça öğrencilerin orantısal akıl yürütme problemlerini çözmede başarılarının da arttığı görülmüştür (Küpçü, 2008; Modestina, Iliada, Athanasios, & Giorgos, 2007; Xin & Zhang, 2009). Bu durum araştırmalarda öğrencilerin sınıf seviyesinin artmasıyla beraber gerçek hayat tecrübelerinin artması ile ilişkilendirilmiştir (Aladağ ve Artut, 2012). Orantısal düşünmeyi bilişsel ve gelişimsel faktörler ile açıklayan Kwon, Lawson, Chung ve Kim'in (2000) yaptığı araştırmada planlama yeteneği, zihinsel kapasite gibi ön lob aktivitelerinin orantısal düşünmeye önemli ölçüde etki ettiği belirtilmektedir. Van Dooren ve diğerleri (2005) orantısal düşünmenin üçüncü sınıf ve altıncı sınıf seviyelerindeki dönemde geliştiğini, Thournioire ve Pulos (1985) da orantısal düşünme yeteneğinin yaş ile birlikte artacağını vurgulamaktadır. Lawton (1993) yaptığı bir çalışmada orantısal problem bağlamını tamsayılar ile ifade edilebilen sayılabilir çokluk (discrete) ve reel sayılar ile ifade edilebilen sürekli çokluk (continuous) bağlamlarında öğrencilerin orantısal akıl yürütmelerini incelemiştir. Araştırmanın sonucunda, problem bağlamı çeşitlendiğinde öğrencilerin farklı tarzda orantısal düşünme becerileri ortaya çıkmıştır. Fernández ve diğerleri (2010) orantısal problemlerde problemde yer alan değişkenlerin çokluk yapılarının (kesikli ve kesiksiz olma, tamsayı olma, tamsayı olmamama gibi faktörlerin) onların çözüm stratejilerini etkilediğini belirtmektedirler. Çalışmada öğrenciler, tamsayı oranlarda çarpımsal stratejileri; tamsayı olmayan oranlarda ise toplamsal stratejileri kullanmayı tercih etmişlerdir. Van Dooren ve diğerlerinin (2010) yaptığı çalışmada orantısal akıl yürütme problem bağlamlarında toplamsal ilişkiye odaklanan, çarpımsal ilişkiye odaklanan, sayının türüne göre his oluşturan (tamsayılı ifadelerde orantısal metot kullananlar ve tamsayılı olmayan durumlarda toplamsal metotları kullananlar) ve doğru çözüm yapanlar olmak üzere dört tip öğrencinin olduğu belirtilmiştir.

Orantısal düşünme günlük hayatın yanı sıra matematikte ve diğer tüm branşlarda olmak üzere pek çok konuda işlemsel ve kavramsal olarak kullanılan temel bir konu olduğu için üzerinde durulması gereken bir beceridir (Duatepe ve Akkuş, 2002; Lesh, Post ve Behr 1988; Miller, Lincoln ve James, 2000). Önemi büyük olan bu konuda öğrencilerin günlük hayat ile ilgili karmaşık problemlerde yaklaşımları ve çözümlerinin incelenmesi önem arz etmektedir. Matematiksel modelleme yaklaşımı günlük hayattan bağlamlar sunarak araştırmacılara bu konuda detaylı analiz yapabilmeleri için fırsat sunabilir. Literatür incelendiğinde orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümünde öğrenci strateji seçimlerinde orantılı ve orantılı olmayan durumlarının ayırt edebilmelerinin (Atabaş ve Öner 2016; Fernández ve diğerleri, 2010; Fernández , Llinares, Van Dooren, De Bock & Verschaffel, 2012; Modestou & Gagatsis, 2008; Van

Dooren, De Bock, Vleugels & Verschaffel , 2010); günlük hayattan transferlerin (Beyazit, 2013; Chacko, 2004; Greer, 1993; Heller, Ahlgren, Post, Behr ve Lesh, 1989; Verschaffel ve diğerleri, 1994) orantısal problemlerde yer alan değişkenlerin çokluk yapılarının (kesikli ve kesiksiz olma, tamsayı olma, tamsayı olmamama gibi faktörlerin) önemi vurgulanmaktadır (Fernández ve diğerleri, 2010; Lawton, 1993; Van Dooren ve diğerleri, 2010). Literatürde; büyük örneklem grupları ile betimleme amaçlı bir çok çalışma olmasına rağmen, küçük örneklem grubu ile orantısal akıl yürütmeyi Treffers'ın (1987) sunduğu matematikselleştirme süreci ile derinlemesine ele alan bir çalışmaya rastlanmamıştır. Öğrencilerin günlük hayattan matematiğe aktarabilmeleri ve matematik sistemi içerisinde doğru bağlantılar kurup, doğru işlemler yapabilmelerinin bir bütün olarak ele alındığı matematikselleştirme sürecinde orantısal düşünmenin ele alınması bu sürece etki eden faktörlerin detaylıca tartışılmasına fırsat sağlayacaktır. Orantısal düşünmede yaşın etkisinin önemine referans veren çalışmalar (Aladağ & Artut 2012; Thournioire & Pulos, 1985) ve orantısal düşünme ile ilgili matematik kazanımları yedinci sınıf seviyesinde yoğunlaşması nedeniyle bu çalışmada yedinci sınıf seviyesinde çalışılmasına karar verilmiştir.

Bu araştırmanın amacı GME perspektifine göre hazırlanmış matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulanma süresinde yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal ilişkileri matematikselleştirmelerinin hangi faktörlerden etkilendiğini ortaya koymaktır. Çalışmada ayrıca bu faktörler öğrencilerin matematiksel yöntem seçimlerini ve matematiksel tartışmalarını nasıl etkileyerek yatay ve dikey matematikselleştirme sürecini şekillendirdiği ortaya konacaktır.

YÖNTEM

Araştırmanın Deseni

Araştırmada desen olarak "bir durumu değerlendirmek amacıyla" durum çalışması kullanılmıştır. Durum çalışmaları "genel prensipleri örneklendirmek için sıklıkla tasarlanan spesifik örneklerdir" (Cohen ve diğerleri., 2007, s.253). Bu çalışma matematiksel GME'e göre hazırlanmış ders çerçevesinde matematiği iyi seviyedeki modelleme deneyimi olan yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal ilişkileri matematikselleştirme süreçlerini ve bu sürece etki eden faktörleri incelemek amacıyla tasarlandığı için durum çalışması niteliği taşımaktadır.

Çalışma Grubu

Çalışma Ankara'nın Çankaya ilçesinde bulunan bir devlet okulunda matematik uygulamaları dersini alan altı yedinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Matematik uygulamaları dersi farklı sınıflardan öğrencilerin olduğu bir derstir. Bu derste öğrenciler farklı sınıflardan gelebilmektedir. Öğrencilerin matematik öğretmenleri farklıdır. Orantısal düşünme ile ilişkili kazanımlar 2018 yılı matematik dersi programında çoğunluklu olarak yedinci sınıf seviyesinde yer almaktadır. Bu nedenle yedinci sınıf öğrencileri ile çalışılmıştır. Öğrenci seçimi benzeşik örnekleme yöntemiyle amaçlı örnekleme alınarak yapılmıştır. Modelleme sürecinin işlemesini engelleyen yetersiz kavramsal anlayışı, zaman sınırlılıkları ve değerlendirme kaygıları dış etmenleri en aza indirgeyebilmek için, matematik ders notu okulda en iyi olan öğrencilerden seçim yapılmış, uygulama sınırsız sürede ve not kaygısı oluşturmayacak şekilde tasarlanmıştır. Matematik öğretmenleri bu öğrencileri "orantısal akıl yürütme becerisi yüksek" şeklinde belirtmektedir. Üçer kişiden oluşan iki grup ile çalışılmıştır. Araştırmanın çalışma gruplarını oluşturan öğrencilerin ikisi kız, biri erkektir. Her grupta iki kız bir erkek öğrenci bulunmaktadır. Her biri farklı altı yedinci sınıf şubeden seçilen öğrencilerin takma isimleri Nazlı, Alper, Aslı, Ece, Elif ve Berat'tır. Öğrencilerin modelleme problemleri ile ilgili deneyimleri bulunmaktadır.

Araştırmada Uygulanan Matematiksel Modelleme Problemleri

Orantısal düşünme ile ilgili yedinci sınıf matematik dersi kazanımları dikkate alınarak araştırmacı tarafından beş etkinlik oluşturulmuştur. Bu etkinliklerin ön uygulaması yapıldıktan sonra matematiksel modelleme üzerinde çalışmış on uzmandan görüş alınarak gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Uzmanlar arasında uzlaşı sağlanana kadar bu süreç tasarım tabanlı olarak devam etmiştir (Bknz Tural Sönmez, 2017). Bu çalışma orantısal düşünme ile ilgili iki etkinlik üzerinde şekillendirilmiştir. Uygulanan matematiksel modelleme etkinlikleri ek 1 ve ek 2'de verilmiştir.

Veri Toplama Araçları

Araştırmanın verileri sınıf tartışmaları ve grup çalışmalarına odaklanılan video, ses kayıtları, öğrenci çalışmaları dokümanları ve araştırmacı gözlem notlarıdır. Araştırmada genel sınıf tartışmasına odaklanan bir videodan ve her grubun çalışmasına ayrı ayrı odaklanan iki videodan ve ses kayıt cihazından alınan veriler transkript edilmiştir. Araştırmacı, problemin okunup anlaşılmasından önce genel sınıf tartışmasını yönetmiş, matematiksel modelleme probleminin okunup anlaşılmasının ardından gruplar arasında dolaşarak gözlem notu almıştır. Araştırmacı olabildiğince öğrencilerin çalışmalarına müdahale etmemiş, sadece gerekli gördüğü yerlerde derinlemesine bilgi almak için bazı durumlarda gruba sorular yöneltmiştir.

Araştırmanın Uygulanması

Çalışma 2015-2016 öğretim yılı ikinci döneminde altı tane yedinci sınıf öğrencisinin katıldığı matematik uygulamaları dersinde sekiz hafta boyunca gerçekleşmiştir. Uygulama yöntemi modelleme etkinliklerinin uygulama aşamalarına göre şekillenmiştir. Aşamalar şu şekilde yapılandırılmıştır: Öncelikli olarak öğrencilere kavramların ortaya çıkmasını sağlamak için hazırlık sorularını konuşmak üzere tartışma ortamı oluşturulmuştur. Hazırlık soruları bütün sınıf tartışması şeklinde araştırmacı liderliğinde yapılmıştır. Bu sürede problemlerin içerisinde geçen öğrencilerin aşina olmadıkları ekonomi kavramları üzerine beyin fırtınası yapılmıştır. Ardından; modelleme problemleri ve öğrencilerin problemi çözebilmeleri için problemin bulunduğu çalışma kağıdı, hesap makinesi öğrencilere verilmiştir. Öğrencilerin hesap makinesini kullanmaları serbest bırakılmıştır. Öğrenciler üçerli gruplarla problem üzerinde çalışmışlardır. Öğrencilerin çalışmaları esnasında araştırmacı sıralar arasında dolaşmıştır. Öğrenciler, modellerini anlatan, çözümlerinde diğer kişileri ikna edebilecek nitelikteki mektuplarını ya da raporlarını grup olarak yazmışlardır. Son olarak öğrenciler oluşturdukları modelleri diğer gruptaki arkadaşlarına sunmuşlardır. Uygulamalar esnasında her grubun ses kaydı ve video kaydı alınmış; tüm öğrenci çalışmalarını içeren dokümanlar toplanmıştır.

Verilerin Analizi

Veriler toplandıktan sonra, videolar ve ses kaydı transkript edilip, analiz için hazırlanmıştır. Ardından araştırmacı tüm transkriptleri birkaç kez dikkatlice okumuştur. Problemlerin çözümlerinin bulunduğu dokümanlar, uygulamanın hemen ardından analiz edilmiştir. Temalar arasındaki ilişkileri ortaya çıkarmak, yani "neden" ve "nasıl" sorularına yanıt aramak için (Yıldırım ve Şimşek, 2005) içerik analizi kullanılmıştır. Bireylerin görüşlerini yansıtmak amacıyla doğrudan alıntılara yer verilmiştir. Kodlamalar literatürde orantısal akıl yürütmeye etki eden faktörler olarak vurgulanan "orantılı ve orantılı olmayan durumları ayırt edebilme, tam sayılı olma ya da reel değer alma gibi değişkenlerin çokluk yapısı ve günlük hayattan aktarımlar" şeklinde oluşturulmuş, buna ek olarak verilerden gerektiği durumlarda başka kodlar oluşturulmuştur. Faktörler, Treffers'in (1978, 1987) yaptığı yatay ve dikey matematikselleştirme tanımları temel alınarak matematiksel modelleme esnasında öğrencilerin orantısal ilişkileri matematikselleştirmeleri ile ilişkilendirilmiştir. Öğrenciler arasındaki diyaloglar, öğrencilerin yazdıkları mektup, yaptıkları işlemler birbiriyle desteklenmiştir. Detaylı analiz yapılırken tüm veri toplama araçlarından gelen veriler göz önünde alınarak bulgulara ulaşılmıştır.

Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği

Çalışmada farklı açılardan sorgulama imkânı sağlanması için veri çeşitlemesi yapılmıştır. Çalışmada ses ve görüntü kayıtlarının transkripti, gözlem notları, öğrenci çalışmaları ve dokümanları gibi farklı veriler kullanılmış, temaların tutarlı bir şekilde doğrulanması için bütün veri toplama araçları birlikte değerlendirilmiştir (Creswell, 2003; Merriam, 1998; Miles & Huberman, 1994). Araştırmacı bulguları oluştururken ses ve görüntü kayıtlarının transkribi, gözlem notları, öğrenci çalışmaları ve dokümanlarını inceleyerek, bütün veriyi birlikte değerlendirerek değerlendirmede bulunmuştur. Bulunan sonuçlar, açık ve detaylı bir şekilde ortaya konulmuş ve kanıtlar diğer kişilerin ulaşabileceği ve anlayabileceği biçimde sunulmuştur. Okuyucuya, bunları okurken yaşanmışlık ya da yaşanabilirlik hissi uyandıracak şekilde ifadeler kullanılmıştır (Creswell ve Miller, 2000). Bulguların doğruluğunu zenginleştirmek için matematik eğitimi konusunda uzman iki araştırmacı etkinliklerden birinin verilerinin transkriptini gözden geçirmiş, kodlamalar ve alt kodlamalar yapmıştır. Hakemlerin aynı etkinlikleri matematikleşselleştirme süreci kodları değerlendirmeleri Kappa testi yapılarak karşılaştırılmış ve bu karşılaştırma sonucunda Kappa katsayısı 0,79 bulunmuştur. Dawson-Saunders ve Trapp Robert (1994)'e göre, bu katsayının 0,61- 0,80 aralığında olması iyi uyumluluğu göstermektedir. Bu bağlamda Kappa katsayısı hakemler arası tutarlık güvenirliğinin iyi düzeyde olduğunu göstermektedir. Uzmanların yaptıkları kodlamalardaki farklılıklar tekrar gözden geçirilmiş, uzmanlarla farklılık gösteren bu kodlamalar hakkında görüşülmüş, uzmanlar ve araştırmacı arasında tam uzlaşı sağlanmıştır.

BULGULAR

Öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliklerinde aralarında geçen diyaloglardan, çalışma dokümanlarından ve araştırmacı gözlem notlarından elde edilen verilerde matematiksel modelleme etkinliğinde orantısal akıl yürütmedeki matematikselleştirme sürecini etkileyen altı faktör oluşmuştur. Bu durum iki etkinlik ve iki ayrı öğrenci grubunun çalışmalarına odaklanarak yapılandırılmıştır.

Orantısal Ya Da Orantısal Olmayan Durumları Ayırt Edebilme

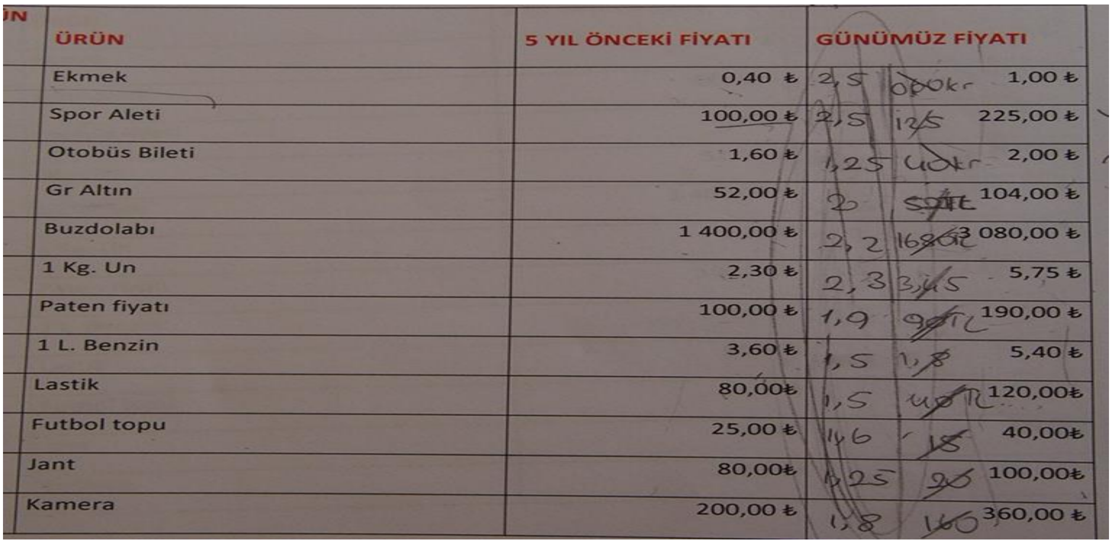
Bisiklet Matematiksel modelleme etkinliğinde birinci gruptaki öğrenciler orantısal ya da orantısal olmayan durumları ayırt edemeden sabit artış ve sabit oran beklentisine girmişlerdir. Bu süreç onların orantısal ilişkileri matematikselleştirme süreçlerini etkilemiştir. Bu, durum 1 ve durum 2 olarak detaylıca ele alınmıştır.

Durum 1: Toplamsal İlişkinin Ardından Sabit Artış Beklentisi

Bisiklet etkinliğinde; birinci gruptaki öğrenciler bisiklet sorusunu okuduktan sonra günlük hayatlarındaki durumlarla karşılaştırmadan veri gruplarını nasıl değerlendirecekleri konusunda tartışmaya girmişlerdir. Tartışmanın ilk aşamasında veri gruplarının farkını bulmanın etkili bir yöntem olduğunu düşünmüşlerdir. Öğrenciler arasında diyalog şu şekilde geçmektedir.

Alper: Nasıl çözebiliriz bu problemi bir bakalım. (Gruptaki herkes tabloda bulunan verileri inceler)
Nazlı: Çıkarsak bunları. Her ürünün şimdiki fiyattan 5 yıl önceki fiyatı.(Çıkarma işlemini yaparlar.)
Nazlı: Fark hepsinde farklı çıktı.
Aslı: Hepsi farklı çıktığına göre yanlış çözdük.

Nazlı ile Alper arasında geçen bu diyalogdan, Nazlı'nın ilk aşamada "Çıkarsak bunları. Her ürünün şimdiki fiyattan 5 yıl önceki fiyatı" ifadesiyle bağlamı toplamsal ilişki ile ilişkilendirdiği ortaya çıkmaktadır. Bu konuşmanın ardından öğrenciler tüm ürünlerin artış tutarını hesaplamışlardır (Şekil 1). Öğrencilerin arasında geçen anlaşıldığı üzere, öğrenciler sabit artış bulamayınca yöntemin yanlış olduğu kanısına varmışlardır.



ÜRÜN	5 YIL ÖNCEKİ FİYATI	GÜNÜMÜZ FİYATI		
Ekmek	0,40 ₺	2,5	60kr	1,00 ₺
Spor Aleti	100,00 ₺	2,5	125	225,00 ₺
Otobüs Bileti	1,60 ₺	1,25	40kr	2,00 ₺
Gr Altın	52,00 ₺	2	52TL	104,00 ₺
Buzdolabı	1 400,00 ₺	2,2	1680TL	3 080,00 ₺
1 Kg. Un	2,30 ₺	2,3	3,45	5,75 ₺
Paten fiyatı	100,00 ₺	1,9	90TL	190,00 ₺
1 L. Benzin	3,60 ₺	1,5	1,8	5,40 ₺
Lastik	80,00₺	1,5	40TL	120,00₺
Futbol topu	25,00 ₺	1,6	15	40,00₺
Jant	80,00₺	1,25	20	100,00₺
Kamera	200,00 ₺	1,8	160	360,00 ₺

ŞEKİL 1. *Bisiklet etkinliğinde birinci gruptaki öğrencilerin oran ve fark sonuçları*

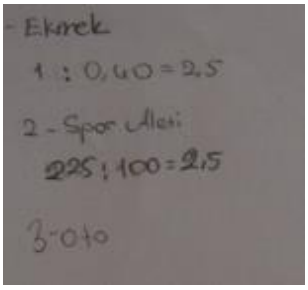
Durum 2: Çarpımsal İlişkinin Ardından Sabit Oran Beklentisi

Toplamsal ilişkiyi deneyen birinci gruptaki öğrenciler sabit bir değere ulaşamayınca yöntemlerini terk etmişler çarpımsal ilişkiye odaklanmışlardır. Öğrenciler arasında geçen diyalog şu şekildedir:

Nazlı: Ya da oranlarını ya da yüzdelerini bulsak?
Alper: Oranlarını bulmak daha kolay. Oranlayalım. Mesela ekmeğin 1 / 0,40.
Nazlı: 2,5 çıkıyor. Spor aletinin de oranı aynı çıkıyor.
Aslı: otobüs bileti 2/ 1,60 = 1,25
Nazlı: bu farklı çıktı.

O ona kadar yaptıkları tüm oran hesaplamaları birbirinden farklı çıkınca (Şekil 2) öğrenciler tekrar yanlış yöntem kullandıklarını düşünmüşlerdir. Oranların hepsinin aynı çıkmasını düşünmeleri onların orantılı ya da orantılı olmayan durumları ayırt edemediklerini, tek ve sabit oran ya da artış beklentisi içinde olduklarını göstermektedir. Bu durum öğrencilerin test tekniğine alışık olmalarının da bir göstergesi olabilir. Diyalog şu şekilde devam etmektedir:

Aslı: Evet, oranların hepsi farklı çıkıyor. Küsuratlı çıkanlar da var.
Aslı: Niye oranların hepsi farklı çıkıyor.
Nazlı: Bence aynı olanları alalım.
Nazlı: Bu üçü aynı. Aynı olanları alsak?
Aslı: Aynı olanlar da çok. 2.5 var. 1,5 var. 1,25.
....



- Ekmek
1 : 0,40 = 2,5
2 - Spor Aleti
225 : 100 = 2,5
3 - oto

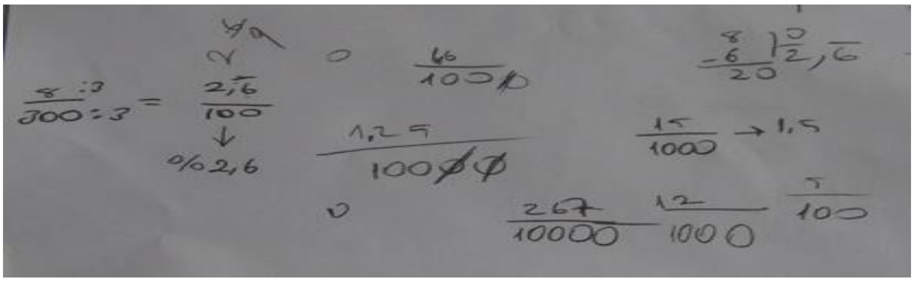
ŞEKİL 2. *Bisiklet etkinliğinde birinci gruptaki öğrencilerin oran ve oranların ortalamalarının hesaplamaları*

Durum 1 ve durum 2 birlikte matematikselleştirme süreci açısından değerlendirildiğinde; öğrenciler günlük hayatlarından durumlardan yola çıkarak problem durumuyla ilgili çıkarımda bulunarak etkili yatay matematikselleştirme süreci içinde bulunamamışlardır. Durum matematiksel modelleme süreci olarak ele alındığında öğrencilerin problemin anlaşılıp, yorumlanması aşamasında problem yaşadıkları, tabloyu anlayıp, bunlardan sonuçlar çıkaramadıkları anlaşılmaktadır. Bunun nedeni de etkili yatay matematikselleştirme sürecinde bulunamamalarıdır. Dolayısıyla öğrenciler ikinci aşama problemi manipüle etme ve bir matematiksel model geliştirme aşamasına geçemememişlerdir. Durumu sürekli baştan ele almışlardır.

Tam Sayı Bulma Beklentisi

Etkinliklerde öğrenciler tam sayılı olmayan oranlarda çarpımsal stratejileri kullanmışlar fakat sonuçların tam sayı olmaması durumunda, yanlış sonuç buldukları kanısına varmışlardır. Bu duruma örnek sigorta şirketi etkinliğinde oluşmuştur. Bu etkinlikte birinci gruptaki öğrenciler sorunun çözümü için oran bulmanın, bulunan oranı yüzdeye dönüştürmenin anlamlı olduğunu düşünmüşlerdir. Öğrenciler arasında konuşma şu şekilde geçmektedir:

Ece: Birbirine oranlarını bulsak?
Elif: Evet oranlamamız gerek bizim. Oranın ardından oranları yüzdeye dönüştürebiliriz.
Berat: Bence de.



ŞEKİL 3. *Sigorta şirketi etkinliğinde ikinci gruptaki öğrencilerin hesaplamaları*

Öğrenciler Şekil 3'de denk kesirlere dönüştürerek yüzde hesaplamalarının sonuçlarının bazılarını tam sayı, bazıları ondalık gösterim, bazıları devirli ondalık gösterim bulmuşlardır. Öğrenciler; sonuçların tam sayı çıkmamasını, işlem sonucunun yanlış olduğunun göstergesi olduğunu düşünmüşlerdir. Sigorta şirketi sorusunda birinci gruptaki öğrenciler arasında geçen diyalog bunun bir örneğidir. Öğrenciler arasında diyalog şu şekilde geçmektedir:

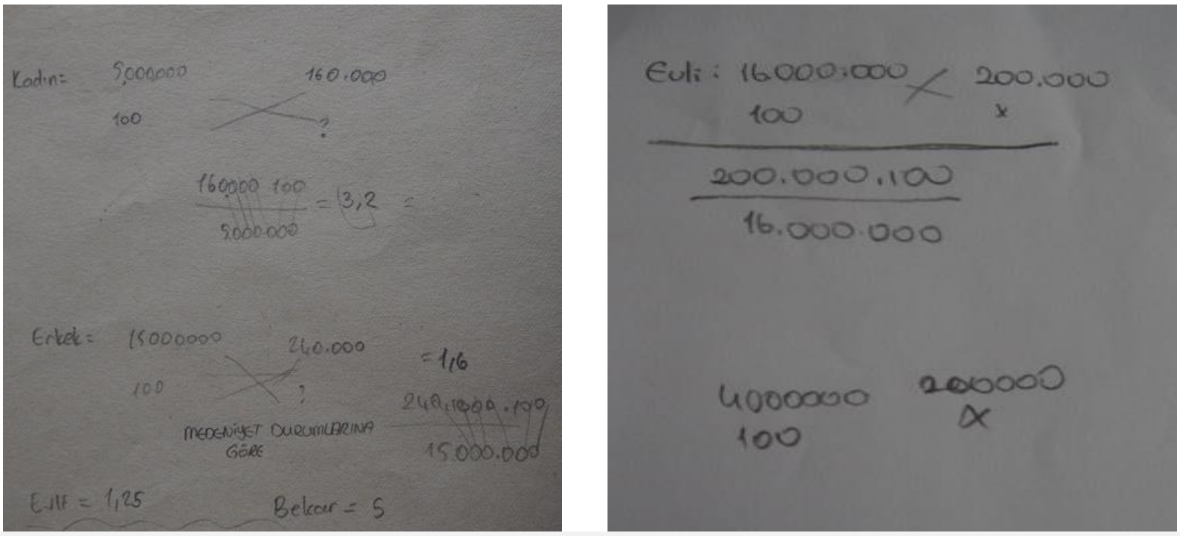
Aslı: Yaş grubundaki tüm oranlar 2 çıkıyor yaptığımız işlemler doğru galiba.
İşlemleri yapmaya devam ederler.
Emre: Bu nasıl sonuç? 2,6666666..
Nazlı: 2,66 devir ediyor, üstüne çizgi koyabiliriz.
Nazlı: Hocam biz bulduk ama bazıları da virgüllü çıkıyor. Sonucun doğruluğundan emin değilim bundan dolayı.
Aslı: Ben de. Küsuratlı bir kaza olmuş. Tam bir kaza olmamış. Yani mesela 2,1 nasıl yorumlayacağım? Kaza yapılmış ama küsuratlı çıkıyor.

Aslı bulduğu sonucun orantı hesabı sonucu bulduğu yüzdeyi ifade ettiğinin ve bu sayının ondalıklı sayı da olabileceğinin farkında değildir. Orantısal problemlerde hesaplanan sonuçların çokluk yapılarının kesiksiz ve tam sayılı olmama durumlarını yorumlayamamaktadır. Araştırmacı gözlem notlarından, öğrencilerin etkinliklerde sonucun tam sayı çıkmaması durumunda, yaptıkları işlemleri yeniden kontrol etme ihtiyacı hissettikleri anlaşılmaktadır. Bu durum onların ondalık gösterimleri ve devirli ondalık gösterimleri günlük hayata transferleri konusunu sorgulatmaktadır. Bu bağlamda, sigorta şirketi sorusunda birinci gruptaki öğrencilerden birinin yüzde hesaplarının küsuratlı çıkmasının ardından "küsuratlı bir kaza olmuş. Tam bir kaza olmamış. Yani mesela 2.1 nasıl yorumlayacağım? Kaza yapılmış ama küsuratlı çıkıyor. “ şeklinde yaptığı yorumdan öğrencinin ondalık sayıyı bağlam içinde değerlendiremediğini göstermektedir. Bu süreç matematikselleştirme süreci ile ele alındığında öğrenciler matematiksel sonuçları günlük hayat ile ilişkili anlamlandıramamışlar, etkili yatay matematikselleştirme sürecine girememişlerdir. Süreç, matematiksel modelleme süreci perspektifiyle ele alındığında ise öğrencilerin tam sayı bulma beklentisi nedeniyle modelleme aşamasında birinci aşamadan ikinci aşamaya geçemediklerini göstermektedir.

Çarpımsal İlişkileri Kavramsal Olarak İlişkilendirebilme

Kavramsal öğrenme kavramlar arasında ilişkiyi doğru kurma becerileri öğrencilerin matematiksel modelleme süreçlerini etkileyen faktörlerden biri olmuştur. Konuya ilişkin birinci gruptaki öğrenciler arasında geçen diyalog şu şekildedir:

Nazlı: Bence yüzde hesaplamayı da deneyelim.
Araştırmacı gruba yaklaşır nasıl düşündüklerini sorar.
Nazlı: Oran bulduk ama hepsi farklı çıktı. Yüzde de denemek istiyoruz.
Araştırmacı: Peki yüzdeleri aynı mı çıkar.
Nazlı: çıkabilir de, çıkmayabilir de.



a. **b.**

ŞEKİL 4. Sigorta şirketi etkinliğinde birinci gruptaki öğrencilerin orantı yoluyla yüzde hesaplamaları

Yukarıda geçen diyalogdan öğrencilerin oran ile hesapladıkları sonuç ile yüzde ile hesapladıkları sonucun aynı olacağını öngöremedikleri, bu kavramlar arasında ilişki kuramadıkları ortaya çıkmaktadır. Ardından öğrenciler buldukları oranların ortalamasını bulmaya karar vermişlerdir: Öğrenciler arasında diyalog şu şekilde geçmektedir:

Alper: Oranları bulacayız? Sonra 12 ye böleceğiz bence.
Nazlı ve Aslı: Niçin?
Alper: En ortadaki oranı bulmak için.
Nazlı: Niye 12'ye bölüyoruz?
Aslı: 12 tane ürün olduğu için.
Nazlı: Oran bulup ortalamasını hesapladığımızda 1,833333 gibi küsuratlı bir şey çıkıyor.

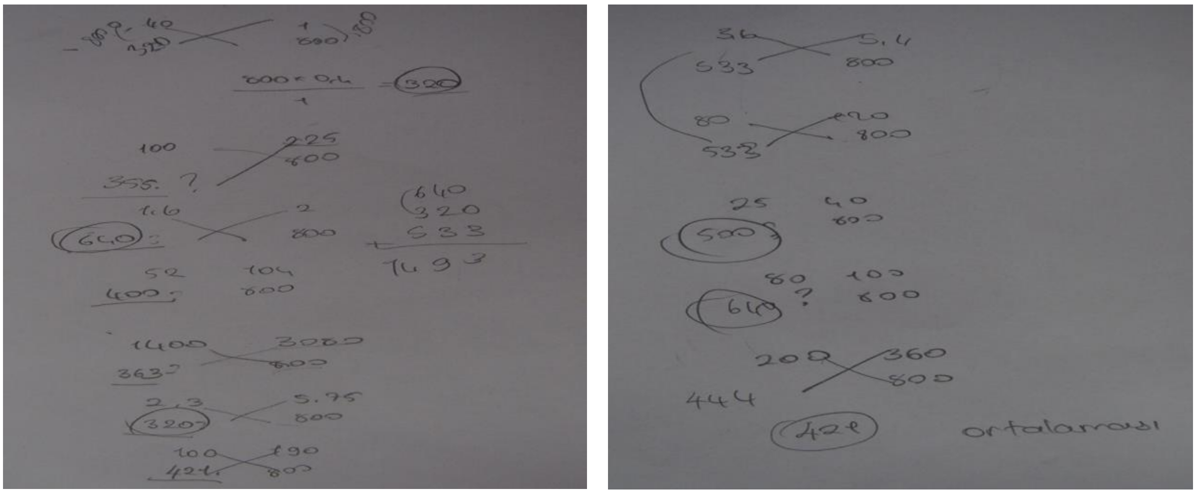
Öğrenciler dikey matematikselleştirme sürecinde oran hesaplamaları ile buldukları sonuçtan ikna olamamışlardır. Öğrencilerin oran hesapladıktan sonra farklı yöntemler denemeye iten neden, oranların birbirinden farklı çıkmaları (Şekil 4 a) ve oranların ve ortalamalarının (Şekil 4 b) küsuratlı çıkmasıdır. Birinci grupta bulunan öğrenciler sonuçtan emin olmamaları üzerine tek tek orantı kurup, orantıların sonuçlarının ortalamalarını bulmuşlar (Şekil 4 a,b.). Öğrenciler ve araştırmacı arasındaki diyalog şu şekildedir:

Nazlı: Bence Aslının dediği gibi tek tek kurduğumuz bu orantı sonuçlarının ortalamasını alalım. Sonuç aynı çıksa bile yapalım bunu.
Araştırmacı: Sonuç aynı çıkar mı sizce?
Nazlı: Çıkabilir de çıkmayabilir de.
Alper: Bence yapabiliriz. Zamanımız var. Sonuç aynı çıkar ama bence.

Bu diyalogdan birinci grupta bulunan öğrencilerden Nazlı ve Aslının çarpımsal ilişkiyi tam kavrayamadıkları, oran ile buldukları sonuç ile orantı ile buldukları sonuçların aynı olacağını kestiremedikleri ortaya çıkmaktadır. Bu durum öğrencilerin matematiksel kavramlar arasındaki ilişkileri oturtarak etkili dikey matematikselleştirme sürecinde bulunamadıklarını göstermektedir. Durum matematiksel modelleme süreci içinde değerlendirildiğinde öğrencilerin ikinci aşamadan (problemi manipüle etme aşaması) birinci aşamaya (problemin yorumlanması aşamasına) geçişler olduğunu göstermektedir.

İşlem Hatalarının Ardından Sonucun Günlük Hayat Durumundan Dönüt Alınamaması

Bisiklet etkinliğinde birinci grupta öğrenciler hesaplamalarından bazılarında işlem hataları yapmışlardır (Şekil 5 a,b).



a. **b.**

ŞEKİL 5. *Bisiklet etkinliğinde birinci gruptaki öğrencilerin orantı hesapları*

Öğrencilerin orantı hesapları (Şekil 5 a,b) incelendiğinde; öğrencilerin her bir ürün için orantıyı yanlış kurdukları görülmektedir. Yanlış kurdukları bu 12 orantının ortalamasını 421 olarak hesaplarlar. Buldukları sonucu şu şekilde yorumlarlar:

Aslı: Sonuç 421 çıktı.
Alper: 800'ün üzerine 421'i eklesek?
Bu diyalogdan Alper kurdukları bu orantının neyi ifade ettiğini anlamadığı anlaşılmaktadır:
Araştırmacı gruba yaklaşır. Gruba yaptıkları işlemi anlatmalarını ister.
Aslı: Ekmek üzerinden konuşsam beş yıl önceki fiyatıyla şimdiki fiyatı 0.40 kuruştan beş yılda 1 TL 800 TL'den 320 oluyor. Hepsini bu şekilde yaptık.
Araştırmacı: Orantıyı doğru kurduğunuzdan emin misiniz?
Aslı: Evet eminiz hocam.

Bu aşamada öğrenciler beş yılda fiyatta 0,40 kuruştan 1 TL'ye artış olduğunu ve aynı tarz artışın olması gerektiği ilişkisini fark edememişler; 800 den 320 TL ye fiyatta düşüş olduğunu sorgulayamamışlardır. Öğrencilerin dikey matematikselleştirme sürecinde yaptıkları işlem hataları ve bu hataları fark edememeleri onların modellemenin üçüncü aşaması olan çözümün yorumlama aşamasına başarılı bir şekilde yürütememelerine neden olmuştur.

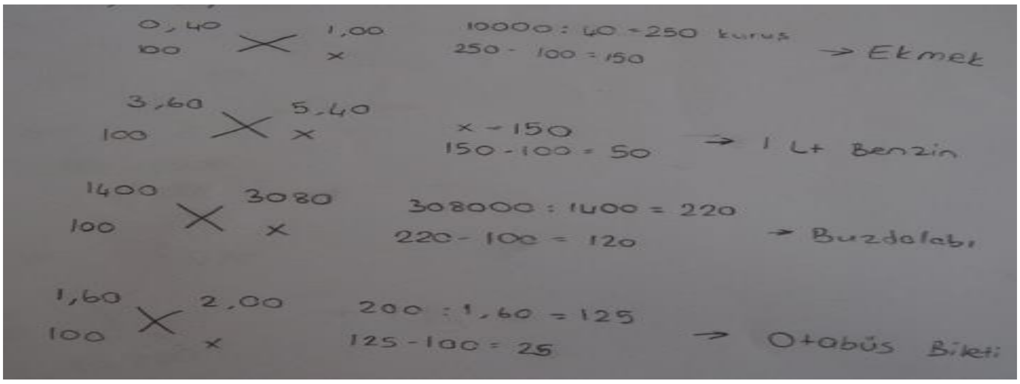
Günlük Hayattan Matematiğe Aktarımlar

Etkili bir yatay matematikselleştirme sürecini kolaylaştıran günlük hayat durumundan matematiğe aktarımlar modelleme sürecinde önemli faktörlerden biri olmuştur. İkinci gruptaki öğrencilerin modelleme süreçleri bu duruma iyi bir örnek oluşturmuştur. Bu gruptaki öğrenciler bisiklet sorusunun bağlamını yüzde konusuyla ilişkilendirirler. Listede verilen fiyatlardan 800 TL'nin daha da artacağını düşünürler. Öğrenciler arasında diyalog şu şekilde geçmektedir.

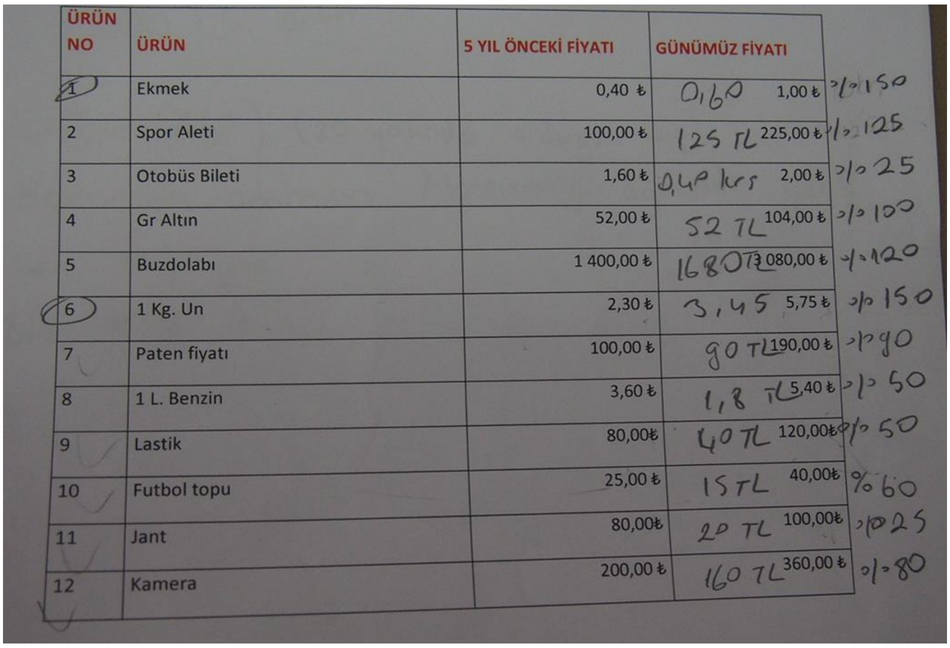
Ece: Haberlerde filan bazen çıkıyor. Bazı ürünlerin fiyatları zaman zaman artıyor.
Ece: Fiyatlar hep artmış. 800den fazla ödemeli demek ki. Hepsinin ne kadar arttığına bakalım. Belki aynı şekilde artmıştır.
Elİf: Aaa yüzde kaç arttığını bulsak daha mantıklı olmaz mı?
Berat: Evet olur.
Öncelikli olarak ürünlerin günümüz fiyatıyla 5 yıl önceki fiyatları arasındaki farkı bulurlar. Ardından yüzde kaç artmış onu hesaplarlar.
Berat: Bence olmaz öyle. Çünkü aynı yüzde ile artmıyor ürünler.
Araştırmacı: Aynı yüzde ile artmak zorunda mı? Günlük hayatımızdan düşündüğünüzde her ürün aynı yüzde ile mi artıyor?
Ece: Her şeyin fiyatı aynı artmaz. Bence öyle olabilir. Bence buradan bir örüntü çıkabilir.
Elif: Bir de spor aleti diyor.
Elif: Hepsinin bir yüzde hesaplamasını bulalım o zaman.
Araştırmacı: Niye yüzde hesabı yapmaya karar kıldınız?
Elif: Bu tarz durumlarda yüzde artış kullanılır. Zamlar da filan.
Ece: Evet %20 zam geldi filan derler ya günlük hayatta.
Elif: Bir de her bir ürünün 5 yıl önceki fiyatı da farklı. Dolayısıyla yeni fiyatı da farklı oluyor. Ama yüzde artışları aynı olabilir.

Diyalogda araştırmacının "Niye yüzde hesabı yapmaya karar kıldınız?" sorusunun ardından Elif'in "Bu tarz durumlarda yüzde artış kullanılır. Zamlar da filan. " ve Ece'nin "Evet %20 zam geldi filan derler ya günlük hayatta. "ifadeleriyle enflasyon soru bağlamını günlük hayatlarında sıkça karşılaştıkları zam ile ilişkilendirdikleri ve yüzde konusunu günlük hayata transfer edebildikleri söylenebilir. Ayrıca, yukarıda ikinci gruptaki öğrenciler arasında geçen diyalogda öğrencilerin günlük hayat deneyimlerinin ve finansal bilgi ve anlayışlarının öğrencilerin yatay matematikselleştirme sürecini nasıl şekillendirdiğine yönelik bir örnek oluşmuştur. Diyalogda Berat'ın geçerli bir sonuç bulmak için ürünlerin aynı yüzde ile artmaları gerektiğini düşünmesi, Ece'nin ise ürün fiyatların artış yüzdelerinin farklı olabileceğini düşünmesi, Elif'in ise ürünlerin ilk fiyat ve son fiyatların farklı olmasına karşın yüzde artışının aynı olabileceğini ele alarak bu durumu matematiksel açıdan değerlendirmesi yöntem olarak kabul ettikleri yüzde kavramının ne kadar uygun bir yöntem olduğu konusunda onlara bir dönüt sağlamıştır.

Kullanacakları matematik kavram ve yöntem seçiminden emin olduktan sonra ikinci gruptaki öğrenciler tüm ürünlerin yüzde artışlarını doğru orantıyı içler dışlar çarpımı yöntemiyle uzun uzun ifade ederek hesaplarlar (Şekil 6). Araştırmacı gözlem notlarından gruptaki öğrencilerin her birinin aktif bir şekilde hesaplamayı yaptıkları, sonucu merak ettikleri için süreçten heyecan duydukları anlaşılmaktadır. Öğrenciler işlemleri yaptıktan sonra işlemleri kontrol ederler (Şekil 6).



ŞEKİL 6. *Bisiklet etkinliğinde ikinci gruptaki öğrencilerin orantı ile yüzde hesaplamaları*



ÜRÜN NO	ÜRÜN	5 YIL ÖNCEKİ FİYATI	GÜNÜMÜZ FİYATI	
1	Ekmek	0,40 ₺	0,60 1,00 ₺	%150
2	Spor Aleti	100,00 ₺	125 TL 225,00 ₺	%125
3	Otobüs Bileti	1,60 ₺	0,40 krş 2,00 ₺	%25
4	Gr Altın	52,00 ₺	52 TL 104,00 ₺	%100
5	Buzdolabı	1 400,00 ₺	1680 TL 3 080,00 ₺	%120
6	1 Kg. Un	2,30 ₺	3,45 5,75 ₺	%150
7	Paten fiyatı	100,00 ₺	90 TL 190,00 ₺	%90
8	1 L. Benzin	3,60 ₺	1,8 TL 5,40 ₺	%50
9	Lastik	80,00₺	40 TL 120,00₺	%50
10	Futbol topu	25,00 ₺	15 TL 40,00₺	%60
11	Jant	80,00₺	20 TL 100,00₺	%25
12	Kamera	200,00 ₺	160 TL 360,00 ₺	%80

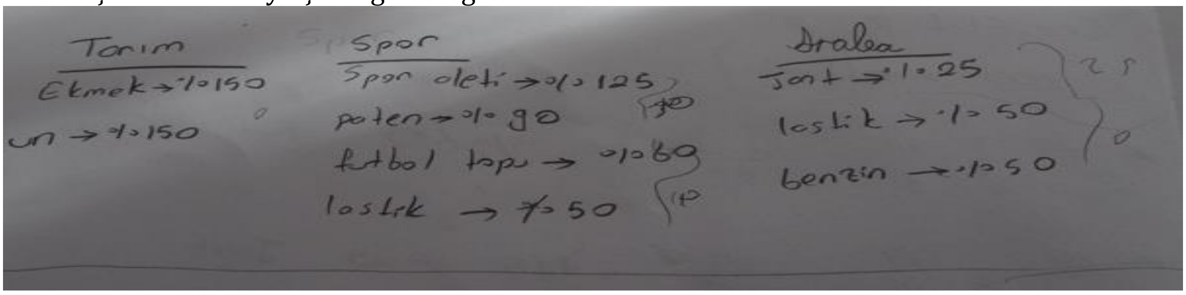
ŞEKİL 7. *Bisiklet etkinliğinde ikinci gruptaki öğrencilerin yüzde hesaplamaları sonuçları*

İkinci grupta bulunan öğrenciler her bir ürünün yüzde artışını bulduktan sonra yüzdeler arasında sayısal bir benzerlik ya da örüntü göremeyince (Şekil 7), veri analizini kolaylaştırmak için ürünleri gruplama kararı alırlar (Şekil 8). Gruplama yapmaları verilen bilgiyi analiz edip, daha gerçekçi ve mantıklı finansal karar almalarını sağlamıştır. Gruplama yaparken öğrenciler arasında geçen diyalog şu şekildedir:

Ece: En fazla artış un ve ekmek.
Elif: Yüzdeler arasında bir orantı ya da örüntü yok. Hepsinin artış yüzdesi %100den fazla olsaydı en az fiyatı en az 2 katına çıkardır derdik. Ama öyle bir durum da yok.
Araştırmacı: Bu yüzdelerden nasıl bir çıkarım yapabilirsiniz, onu düşünün.
Elif: Ben burada şöyle düşünüyorum. Un ve ekmek ikisi de tahıl malzemesi
Ece: Spor malzemesi spor aleti var. Paten var. Futbol topu var. Ama yüzde artışları farklı her birinin.
Elif: Gruplama yapalım veriler arasında o zaman.
Ece: Gruplandırma yapınca bence aralarında bir örüntü çıkacak.

Bisiklet etkinliğinde öğrenciler verilen bilgilerden yola çıkarak finansal bağlamdaki bilgiyi analiz etmiş, yorumlamış, karşılaştırmış, tahmin etmiştir. Öğrenciler bu sınıflandırmada ortak bir yüzde artışının olmaması durumunu incelemişlerdir. Ortak bir yüzde artışı olmaması üzerine Elif "Tarım grubunu tamamen eleyelim. Ben şimdi şöyle düşündüm. Lastik %50 zamma girmiş.

Bisiklet içinde lastik var. O zaman bisiklet de %50 zamma girmeli. Yani en az %50 olmalı, %50den daha fazla da olabilir." diyerek, ürün parça ilişkisini ortaya koyarak finansal bilgiyi analiz etmiştir. Bu durum etkili bir yatay matematikselleştirme süreciyle başlayan modelleme sürecinin problemin anlaşılıp, yorumlanması, problemin manipüle etme ve çözümün yorumlama aşamalarını aşamasını kolaylaştırdığını da göstermektedir.

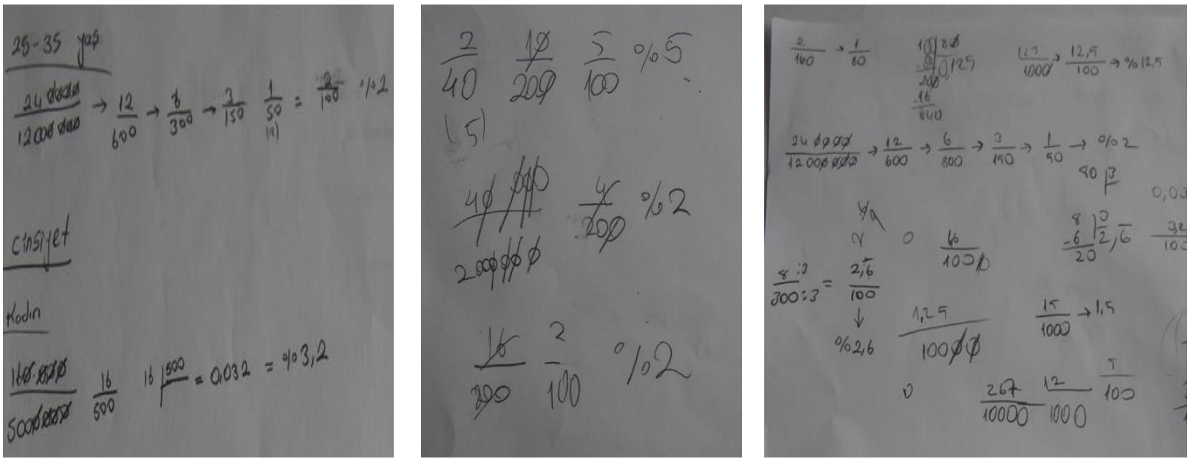


ŞEKİL 8. *Bisiklet etkinliğinde ikinci grup öğrencilerinin ürün sınıflandırmaları*

Matematiksel Sonuçlardan Günlük Hayatta Aktarımlar

Matematiksel modelleme etkinliklerinde günlük hayattan matematiğe olduğu kadar matematikten günlük hayattan aktarımların önemli olduğu görülmüştür. Buna örnek durum sigorta şirketi etkinliğinde ikinci gruptaki öğrenciler arasında oluşmaktadır.

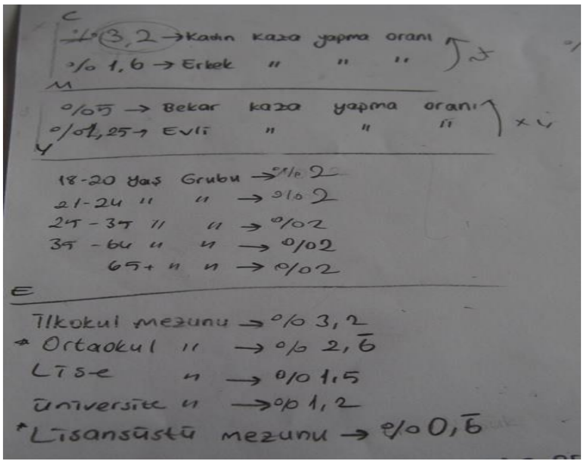
Öğrenciler her bir gruptaki verilerin yüzdesini hesaplamalar yaparlar. Sigorta şirketi sorusunda ikinci gruptaki öğrencilerin yaptığı denklik sınıfı kullanarak yaptıkları hesaplamalarda (Şekil 9 a,b,c) kesir, oran yüzde bağıntısını kurabildikleri görülmektedir.

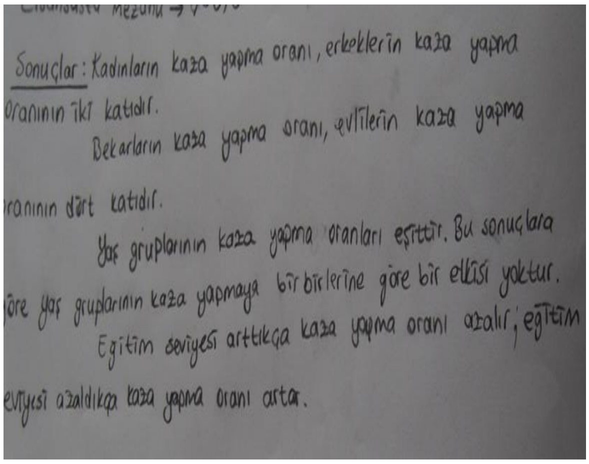


a. **b.** **c.**

ŞEKİL 9. *Sigorta şirketi etkinliğinde ikinci gruptaki öğrencilerin kesir yoluyla yüzde hesapları*

Bu etkinlikte; ikinci gruptaki öğrenciler her bir veri grubunun yüzdesini hesapladıktan sonra yüzdeleri düzenli olarak yazarlar (10 a). Buldukları yüzdeler arasında matematiksel bir ilişki kurarlar. Bu yüzde ilişkilerinden sonuçlara ulaşırlar (10 b). Şekil 10 b'de ikinci grubun, oluşturdukları sonuçlarda öğrencilerin yüzdeler arasında çarpımsal ilişkileri de tespit ettikleri gözlenmektedir. Öğrenci çalışmalarından ve aralarında geçen diyalogdan öğrencilerin sonuçları düzgün matematiksel bir dille ifade ettikleri sonuçları kendi aralarında tartıştıkları ve anlamlandırdıkları, günlük hayata transfer ettikleri anlaşılmaktadır. Öğrenciler arasında geçen diyalog şu şekildedir:





a. **b.**

ŞEKİL 10. *Sigorta şirketi etkinliğinde ikinci gruptaki öğrencilerin buldukları sonuçlar*

Elif: Evli olan bekar olana göre kaza yapma oranı düşük. Çok mantıklı, evli insanın çocuğu olabilir arabasında daha dikkatli ve yavaş sürebilir. Bekar ise kendini daha özgür hisseder.
Berat: Evet eğitim düzeyi arttıkça kaza yapma oranı da azalmış. Bu da çok mantıklı eğitim düzeyi bilinçlenmeyi arttırabilir.
Öğrenciler fiyatlandırmayı ödül ceza ilişkisi içinde de değerlendirmişlerdir. Öğrenciler arasında geçen diyalog şu şekildedir:
Elif: Düşük fiyat ödeyen düşük fiyat ödemeye devam etmek için kaza yapmak istemeyecektir. Yüksek fiyat ödeyen ise kaza yapmak istemediği için gazını yavaşlatacak, böylece riski azalacaktır.
Ece: Olabilir.

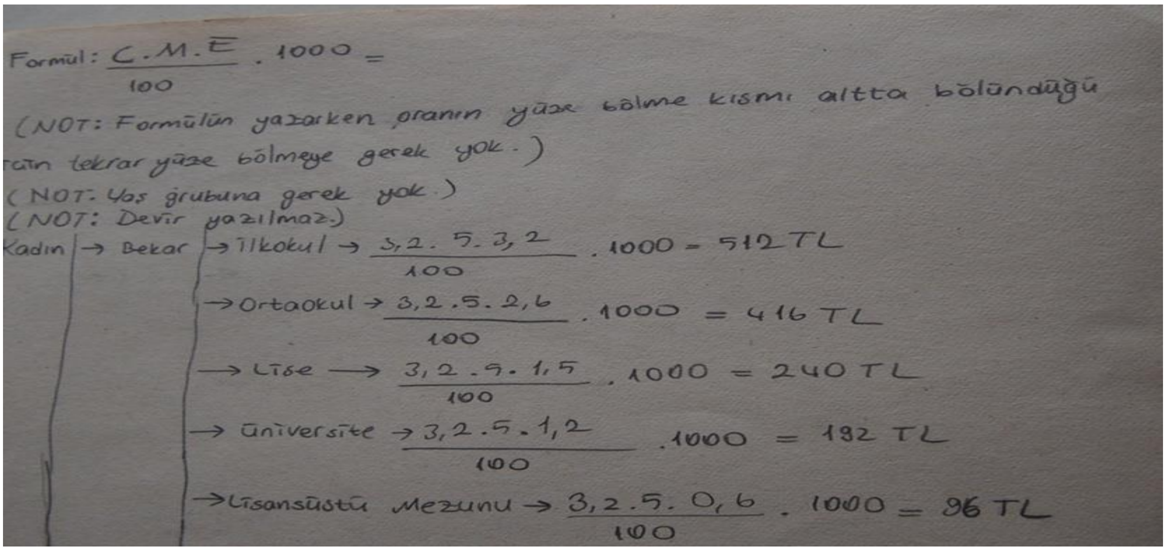
İkinci gruptaki öğrenciler ücretlendirmenin yapılabilmesi için yüzde sonuçlarını nasıl değerlendirebilecekleri üzerinde düşünürler. Hesaplamaların ardından formül oluşturmak için cebirsel ifadeleri kullanmışlardır. Bu süreçte öğrencilerin aralarında geçen diyalog şu şekildedir:

Berat: Yüzdelerin hepsini bulduk. Şimdi tüm kriterleri düşünerek sınıflandırma yapabiliriz. Kadın, evli bekar, ilkokul mezunu , ortaokul mezunu…..
Elif: Açıkçası çok uzun sürer.
Ece: Yaş grubu kriterini eleyebiliriz. Çünkü hepsi aynı çıktı.
Elif: Evet eleyebiliriz. Ama hala çok uzun bir işlem Berat'ın önerdiği.
Berat: Faiz hesabında olduğu gibi kadınsa, evliyse, gibi tek tek yazıp altına yüzdelerle çarptığımızda..
Elif: Formül mü oluşturacağız.
Ece: Olabilir böylelikle tek tek yazmaktan kurtuluruz.
Elif: o zaman kadın bekar ve ilkokul mezunuysa 3,2x 5x 3,2 mi diyeceğiz.
Berat: Ama yüzdeleri var.
Elif: Bu 100 ile bölünmüş halleri zaten.
Berat: Hepsini çarpıp altına 100 yazabiliriz.
Berat: Bu çıkanı bir katsayı olarak düşünebiliriz. Bulduğumuz sonucu 1000 ile çarpalım.

Araştırmacı gruba yaklaşır; oluşturdukları formülü sorgular. Diyalog şu şekilde devam etmektedir:

Araştırmacı: Formülü nasıl oluşturdunuz?
Ece: Cinsiyeti C, medeni duruma M, eğitim durumuna E ile isimlendirdik. (Şekil 11'yi gösterir.)
Araştırmacı: Neden temsil ettikleri yüzdeleri çarpma kararı aldınız?
Berat: Bu oranlara x dediğim zaman x yerine 1 versek; 1 kere bu x sayısı olacak. Yani bu yüzdeler aslında birer katsayı. Faiz hesabı gibi.

Elif: Temsil ettikleri yüzde değerlerle bir ilişki var. Yüzde değeri düşükse bu o grubun daha az kaza yaptığını gösterir. Ve daha az para alınacaktır.
Berat: Doğru orantı gibi.
Araştırmacı: Niye 100 e bölüp 1000 ile çarptınız?
Elif: Çünkü hepsi yüzde değer. 1000 ise sabit aldığımız tutar.

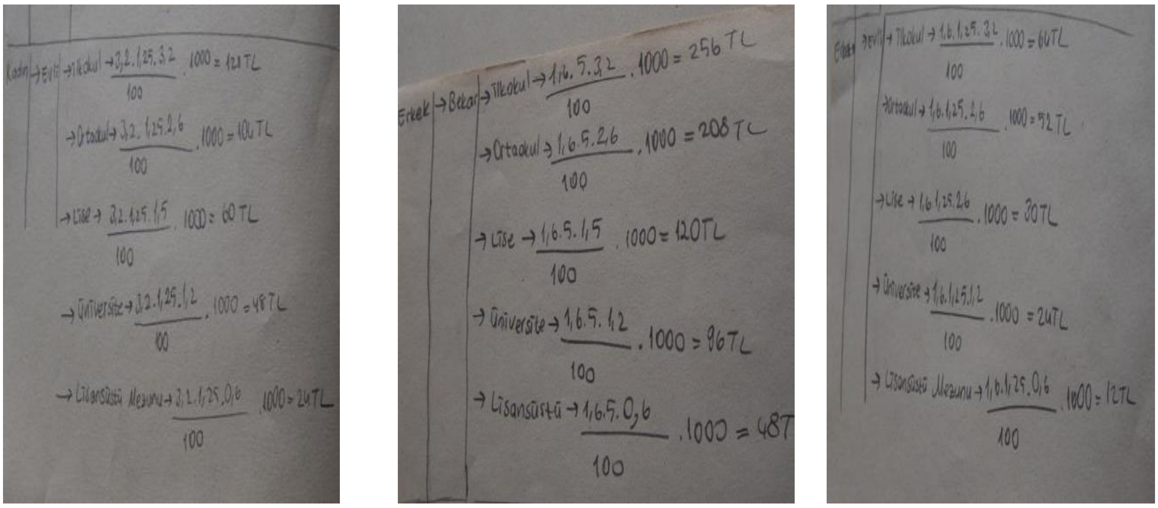

Formül: $\frac{C.M.E}{100} . 1000 =$
(NOT: Formülün yazarken oranın yüze bölme kısmı altta bölündüğü için tekrar yüze bölmeye gerek yok.)
(NOT: Yaş grubuna gerek yok.)
(NOT: Devir yazılmaz.)
Kadın → Bekar → İlkokul → $\frac{3,2.5.3,2}{100} .1000 = 512$ TL
→ Ortaokul → $\frac{3,2.5.2,6}{100} .1000 = 416$ TL
→ Lise → $\frac{3,2.9.1,5}{100} .1000 = 240$ TL
→ Üniversite → $\frac{3,2.5.1,2}{100} .1000 = 192$ TL
→ Lisansüstü Mezunu → $\frac{3,2.5.0,6}{100} .1000 = 96$ TL

ŞEKİL 11. *Sigorta şirketi etkinliğinde ikinci gruptaki öğrencilerin oluşturdukları formül.*

Şekil 11'de ikinci gruptaki öğrencilerin günlük hayatlarında karşılaşabilecekleri bir bağlamı matematikselleştirebildikleri, matematiksel formüller oluşturup bu formülleri cebirsel ifadelerle genelleyebildikleri görülmektedir. Öğrenciler temsili yüzde değerleri ile fiyatlandırma arasında orantısal bir ilişki yakalamışlardır. Bu aşamanın ardından öğrencilerin buldukları matematiksel sonuçların anlamlılığını ve geçerliliğini tartışabilmesi de önemli bir süreçtir. Bu süreç incelendiğinde, öğrencilerin hesaplamaların ardından çıkan fiyatlandırmanın günlük hayata uyumuna baktıkları anlaşılmaktadır. Öğrenciler hesaplama sonucunun günlük hayatla uyumsuz çıkması halinde çıkan sonucun tekrar değerlendirmişlerdir. Konuya ilişkin öğrenciler arasındaki diyalog şu şekildedir:

Berat: 512 çıktı. Az çıktı.
Elif: 1000 ile değil de 2000 ile çarpsak?
Ece:1000 iyi bence. Bunu 3 aylık tutar olarak düşünsek.
Berat: Bence 512 kabul edilebilir bir tutar. İlkokul mezunu zaten. Ne kadar para kazanacak ki.

Öğrenciler sınıflandırma yaparak hesaplama yapmaya devam ederler (Şekil 12 a,b,c.).



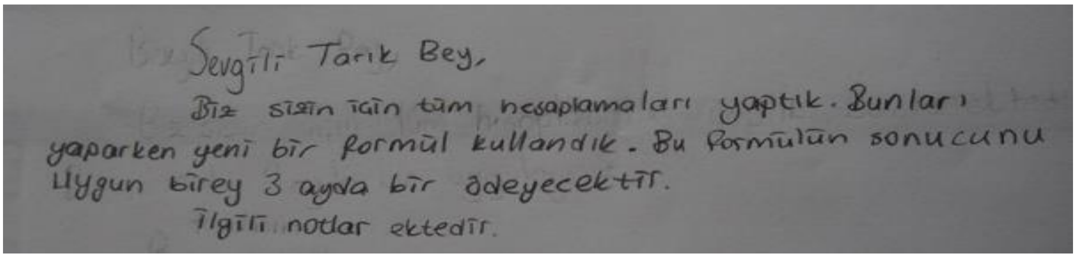
a. **b.** **c.**

ŞEKİL 12. *Sigorta şirketi etkinliğinde ikinci gruptaki öğrencilerin formül hesaplamaları*

Araştırmacı gözlem notlarından öğrencilerin bu süreçte çok aktif bir şekilde hesap yaptıkları; sonuçları buldukça heyecanlandıkları anlaşılmaktadır. Öğrenciler her aşamada buldukları sonuçların (Şekil 12 a,b,c) mantıklı olup olmadığını değerlendirmişlerdir.

Elif: Sonuç mantıklı evet. Eğitim seviyesi yükseldikçe kaza yapma olasılığı azalıyordu. Kaza yapma olasılığı azsa da daha az para alınması çok mantıklı.
Ece: Ama lisansüstü yapmış kişinin ödeyeceği tutar çok düşük oldu.
Berat: Evet gerçekten bazı sonuçlar çok az çıktı.
Elif: Bence bu şirket bu fiyatlarla kaza yapan çok olursa batar. 1000 yerine 10000 ile mi çarpsaydık?
Berat: O zaman ilkokul mezununun ödeyeceği tutar 5.000 kusur olurdu. Ona göre de çok yüksek bir tutar.
Elif: Bunu ödenecek aylık tutar olarak da düşünebiliriz.
Berat: Aylık değil de 3 ayda bir ödenecek tutar olarak düşünebiliriz.
Hesaplamalara devam ederler.
Elif: Hesaplamalarımız kendi içinde tutarlı. Erkeğin ödeyeceği tutar kadının ödeyeceği tutarın 2 katı olacaktı. Yaptığımız hesaplamada da o şekilde çıktı.
Ece: Oluşturduğumuz formül tuttu.
Berat: Hesaplar kendi içinde tutarlı evet. Ama çok komik tutarlar da var. Biz bu tutarı 3 ayda bir alalım o zaman.

Öğrencilerin yazdıkları mektup şu şekildedir:


Sevgili Tarık Bey,
Biz sizin için tüm hesaplamaları yaptık. Bunları yaparken yeni bir formül kullandık. Bu formülün sonucunu uygun birey 3 ayda bir ödeyecektir.
İlgili notlar ektedir.

ŞEKİL 13. *Sigorta şirketi etkinliğinde ikinci gruptaki öğrencilerin yazdıkları mektup*

İkinci gruptaki öğrenciler arasında geçen diyalogdan, gözlem notlarından ve öğrenci çalışmalarından öğrencilerin fiyatlandırma için buldukları formülü günlük hayata uyumuna bakarak işlem sonuçlarını kontrol ettikleri görülmektedir. Bu durum bütünüyle ele alındığında matematiksel sonuçlardan günlük hayata transferinin modelleme aşamasının her bir aşamasında yapılması öğrencilerin matematikselleştirmelerine katkı sağlamıştır.

TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu araştırmada GME perspektifine göre hazırlanmış matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulanma süresinde yedinci sınıf öğrencileri orantısal ilişkileri matematikselleştirmelerini etkileyen faktörler incelenmiştir. Öğrencilerin modelleme ile ilgili deneyim eksiklikleri, zaman sınırlılıkları ve değerlendirme kaygıları gibi birçok dış faktörlerin etkisi azaltıktan sonra, öğrencilerin yatay ve dikey matematikselleştirme süreçlerini hangi faktörlerin nasıl şekillendirdiği irdelenmiştir. Çalışmada orantısal ve orantısal olmayan durumların ayırt edilebilinmesi, sonucun tam sayı olması beklentisi, çarpımsal ilişkileri kavramsal olarak ilişkilendirebilme, işlem hataları, günlük hayattan matematiğe aktarımlar, matematiksel sonuçlardan günlük hayata aktarımlar olmak üzere altı başlık oluşmuştur. Bu başlıklar Treffers'in (1978) sunduğu yatay ve dikey matematikselleştirme süreci ve Lesh ve Doerr (2003) ve Blum ve Niss'in (1991) sunduğu matematiksel modelleme süreçleri ile birlikte ele alınmıştır.

Bisiklet etkinliğinde birinci gruptaki öğrenciler orantısal ya da orantısal olmayan durumları ayırt edemeden sabit artış ve sabit oran beklentisine girmişlerdir. Bu durum literatürde orantısal akıl yürütme problemlerinde orantılı ve orantılı olmayan durumlarının ayırt etmekte zorlandıkları(Atabaş & Öner 2016; Modestou & Gagatsis 2008; Van Dooren, De Bock, Vleugels & Verschaffel (2010) Fernández, Llinares, Van Dooren, De Bock & Verschaffel, (2012); Fernández ve diğerleri, 2010) bulgusuyla paralellik göstermektedir. Durum 1 ve durum 2 birlikte matematikselleştirme süreci açısından değerlendirildiğinde; öğrenciler günlük hayatlarından durumlardan yola çıkarak problem durumuyla ilgili çıkarımda bulunarak etkili yatay matematikselleştirme süreci içinde bulunamamışlardır. Durum matematiksel modelleme süreci olarak ele alındığında birinci ve ikinci aşamalar ile ilgili bir takım sıkıntılar yaşandığı gözlenmektedir. Öğrenciler problemin anlaşılıp, yorumlanması aşamasında problemin içerisinde bulunan tabloyu anlayıp ve bunlardan sonuçlar çıkaramamışlardır. Bunun nedeni de etkili yatay matematikselleştirme sürecinde bulunamamalarıdır. Dolayısıyla öğrenciler ikinci aşama problemi manipüle etme ve bir matematiksel model geliştirme aşamasına geçememişlerdir. Durumu sürekli baştan ele almışlardır.

Bisiklet etkinliğinde birinci gruptaki öğrenciler, orantısal ilişkilere yönelik tanımları ve hesaplama prosedürlerini bilmelerine rağmen, orantısal ilişkileri içeren matematiksel kavramlar arasındaki ilişkileri tam özümseyemedikleri gözlenmiştir. Öğrencilerin oran, orantı, yüzde hesaplamaları ayrı ayrı denemişler, bu hesapların her birinde sonucun farklı çıkacaklarını düşünmüşlerdir. Çarpımsal ilişkiyi tam kavrayamamaları öğrencilerin matematiksel kavramlar arasındaki ilişkileri oturtarak etkili dikey matematikselleştirme sürecinde bulunamadıklarını göstermektedir. Durum matematiksel modelleme süreci içinde değerlendirildiğinde öğrencilerin ikinci aşamadan (problemi manipüle etme aşaması) birinci aşamaya (problemin yorumlanması aşamasına) geçişler olduğu görülmektedir. Matematik başarısı yüksek olan bu öğrencilerin matematik kavramları arasında bağıntı kuramamalarına sebepleri sorgulanmalıdır. Ortaokul matematik programı incelendiğinde konular arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarmaya yönelik kazanımların olmaması, bu konuda etkinliklerin uygulanmamasına sebebiyet verebilir.

Bisiklet etkinliğinde birinci gruptaki öğrenciler orantı ile hesaplama yaparken; içler dışlar çarpımı yöntemi kullanmışlar ve orantıyı yanlış kurmuşlardır. Buldukları orantı sonuçları üzerinde düşünmedikleri ve tartışmadıkları için yeterli bir yatay matematikselleştirme sürecinde bulunamamışlar, yaptıkları hataları düzeltememişlerdir. Öğrencilerin dikey matematikselleştirme sürecinde yaptıkları işlem hataları ve bu hataları fark edememeleri onların modellemenin üçüncü aşaması olan çözümün yorumlama aşamasına başarılı bir şekilde yürütememelerine neden olmuştur. Bu durum Hiebert ve Lefevre (1986) ve Skemp (1976), Baki (2008)' nin belirttiği şekilde ilişkisel öğrenmenin önemi ile paralellik göstermektedir.

Sigorta şirketi etkinliğinde birinci gruptaki öğrenciler orantısal ilişki sonuçlarının tam sayı çıkmaması durumunda şüpheye düşmüşler ve sonucun yanlış olduğunu düşünmüşlerdir. Öğrenciler sonuçların tam sayı çıkmaması durumunda, yaptıkları işlemleri yeniden kontrol etme ihtiyacı hissetmişlerdir. Bu süreç matematikselleştirme süreci ile ele alındığında öğrenciler matematiksel sonuçları günlük hayat ile ilişkili anlamlandıramamışlar, etkili yatay matematikselleştirme sürecine girememişlerdir. Süreç, matematiksel modelleme süreci perspektifiyle ele alındığında ise öğrencilerin tam sayı olma beklentisi nedeniyle öğrencilerin birinci aşamadan ikinci aşamaya geçemediklerini göstermektedir. Literatürde orantısal problemlerde yer alan değişkenlerin çokluk yapılarının (kesikli ve kesiksiz olma, tamsayı olma, tamsayı olmamama gibi faktörlerin) öğrencilerin kullandıkları orantısal düşünme stratejilerini etkilediği belirtilmektedir (Fernández ve diğerleri, 2010; Lawton, 1993; Van Dooren ve diğerleri, 2010). Fakat bu çalışmada ortaya çıkan durum, literatürde vurgulanandan farklı olarak öğrencilerin ondalık gösterimleri ve devirli ondalık gösterimleri günlük hayata transferleri ile ilişkilidir. Bu bağlamda, sigorta şirketi sorusunda birinci gruptaki öğrencilerden birinin yüzde hesaplarının küsuratlı çıkmasının ardından "küsuratlı bir kaza olmuş. Tam bir kaza olmamış. Yani mesala 2.1 nasıl yorumlayacağım. Kaza yapılmış ama küsuratlı çıkıyor. " şeklinde yaptığı yorum dikkat çekicidir. Chacko (2004) ve Verschaffel ve arkadaşlarının (1994) yedinci sınıflarla yaptığı çalışmasında öğrencilerin problem hikâyesinde verilen bilgileri değerlendirmeden ve yaşantılayla ilişkilendirmeden karar verdikleri, bu nedenle ondalık gösterimli sonuçları yorumlayamadıkları vurgulanmaktadır. Buradaki durumdan farklı olarak Chacko (2004) ve Verschaffel ve diğerlerinin (1994) öğrencilerin gerçek yaşamla ilişkili koşulları dikkate alarak problemi çözüp değerlendirebildikleri fakat çıkan ondalık gösterimli ve devirli ondalık gösterimli sonuçları kabullenememeleridir. Öğrencilerin derslerde ve çalışma kitaplarında test tekniği kullanmaları, bu test tekniklerinde sonuçların şıklarda tam sayı şeklinde sunulması, öğretmenlerin bu tür problem bağlamları kullanmamaları bu durumun kaynağı olabilir.

Bisiklet etkinliğindeki ikinci gruptaki öğrenciler ise öncelikli olarak günlük yaşantılarını göz önünde bulundurarak ve bunu tartışma ortamına yansıtarak yöntem seçimini kolaylıkla yapabilmiş ve kendi aralarında hemfikir olabilmişlerdir. Doğru hesaplamalar yaparak buldukları verilerin yüzdelerini günlük hayatlarından yola çıkarak gruplandırabilmişlerdir. Bu durum, Hegarty ve diğerleri (1995), Viennot ve Moreau (2007) ve Pape (2004) yaptıkları çalışmalarda başarılı öğrencilerin problem elementleri arasında (karakter, zaman, yer, olaylar) doğru ilişkiler kurarak daha gerçekçi çözümler yaptıkları sonucuyla paralellik göstermektedir. Bu durum etkili bir yatay matematikselleştirme süreciyle başlayan modelleme sürecinin problemin anlaşılıp, yorumlanması, problemin manipüle etme ve çözümün yorumlama aşamalarını aşamasını kolaylaştırdığını da göstermektedir.

Sigorta şirketi sorusunda ikinci grubun matematikselleştirme süreci yatay ve dikey matematikselleştirmede çarpıcı bir örnek sunmuştur. Öğrenciler problemi okuduktan sonra problem bağlamındaki verilerden günlük hayatı düşünerek risk ve ücretlendirme arasında ilişki kurmuşlardır. Çarpımsal ilişkileri belirlemekte ve oran, orantı, yüzde hesaplamakta oldukça başarılı oldukları anlaşılmaktadır. Orantısal ilişkilerin sonuçlarını faiz hesabı gibi farklı matematiksel kavramlarla bağıntılar kurabilmeleri ve cebirsel düşünmeleri dikkat çekicidir. Ortaokul matematiğinin en kritik özelliklerinden biri de aritmetikten cebire geçiş sürecini kapsamasıdır. Öğrencilerin etkinlik bağlamında yüzde verileriyle doğrusal ilişkiyi ortaya çıkarabilecek şekilde yorumlayıp tartışabildikleri, genelleme yapmayı kolaylaştırabilecek cebirsel ifadeler oluşturabildikleri, formüller oluşturabildikleri, bu formüllerin kontrollerini yaşantıları ile uyumlu bir şekilde yapabildikleri ortaya çıkmaktadır. Sigorta şirketi sorusunda yüzde hesaplamalarının ardından öğrencilerin çıkan yüzdeleri günlük hayata göre yorumlamaları ve sonucu buna göre yapılandırmaları öğrencilerin günlük hayattan matematiğe ya da matematikten günlük hayata transfer yapabildiklerini göstermektedir. Bu durum bütünüyle ele alındığında matematiksel sonuçlardan günlük hayata transferinin modelleme aşamasının her bir aşamasında yapılması öğrencilerin matematikselleştirmelerine katkı sağlamıştır.

Bisiklet etkinliğinin ardından uygulanan sigorta şirketi etkinliğinde genel olarak öğrencilerin orantısal ilişkileri daha iyi fark ettikleri ve çözüme daha kolay ulaştıkları görülmektedir. Bu durumunun oluşmasında etkinliğin uygulanma sırası etkili olmuş olabilir. Öğrencilerin bisiklet etkinliği ardından soru üzerinde düşünmüş, araştırmış, sorgulamış olmaları onların sigorta şirketi etkinliğinde daha iyi ve hızlı performans gerçekleştirebilmelerini sağlamış olabilir. Bu durum matematiksel modelleme etkinliklerinin grup olarak paylaşılması öğrencilerin kendi başlarına kuramadıkları bağlantıları kurmalarını sağlayarak öğrencilerin yatay ve dikey matematikselleştirme sürecini geliştirdiğini de göstermektedir. Bu süreçte öğrenciler daha iyi matematik anlayışı kazanmışlardır. Bu bulgular; Zawojewski, Lesh & English (2003) ve Mousoulides, Pittalis & Christou'nun (2006) da belirttiği matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin eleştirel soru sorması, fikirlerini savunması, düşüncelerini ispatlaması ve eleştirel düşünme için fırsatlar ortaya çıkarması konusunda olanak sağladığı görüşüyle paralellik göstermektedir.

Araştırmada öğrencilerin orantısal ilişkileri matematikselleştirme süreçleri incelendiğinde ilişkisel öğrenmelerinin önemi ortaya çıkmaktadır. Bu nedenle öğretmenler konu anlatımında matematiksel kavramlar arasındaki ilişkilere daha fazla vurgu yapmalı; öğretim etkinliklerini buna göre çeşitlendirmelilerdir. Bu çalışmada da görüldüğü gibi matematiksel modelleme problemleri öğrencilerin ilişkisel öğrenmelerini açıya çıkaracak niteliktedir. Bu nedenle okullarda matematiksel modelleme yöntemine dayalı uygulamalar yapılabilir. Bu çalışmada matematiği iyi olan altı yedinci sınıf öğrencisi ile çalışılmıştır. Benzer çalışma farklı matematik başarısı gösteren ya da farklı sınıf seviyelerinde öğrenci gruplarını da içine alacak şekilde düzenlenebilir.

Teşekkür

Doktora tez çalışmam sırasında veri toplama sürecinde ilgisini ve önerilerini esirgemeyen değerli danışman hocam Prof. Dr. Yeter Şahiner ve Doç. Dr. Elif Yetkin Özdemir hocama teşekkür ederim.

KAYNAKÇA

Aladağ, A.& Artut, D. P. (2012). Examination of students' problem-solving skills of proportional reasoning problems and realistic problems, *Elementary Education Online*, *11*(4), 995-1009,

Atabaş, Ş. &Öner, D. (2017). An examination of turkish middle school students' proportional reasoning. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, *33*(1),63-85. Retrieved from http://dergipark.gov.tr/buje/issue/29688/319298

Avcu R.& Doğan, M. (2014). What are the strategies used by seventh grade students while solving proportional reasoning problems? *International Journal of Educational Studies in Mathematics, 1* (2), 34-55.

Berry, J. & Houston, K. (1995). *Mathematical Modelling*. Bristol: J. W. Arrowsmith Ltd.

Blum, W. & Niss, M. (1991), Modelling, applications, and links to other subjects -- state, trends and ıssues in mathematics ınstruction, *Journal of Educational Studies in Mathematics*, *22*, 37-68.

Creswell, J.W. (2007). Qualitative inquiry and research design: choosing among five traditions (secondedition). London: Sage.

De Bock, D., Verschaffel, L., & Janssens, D. (1998). The predominance of the linear model insecondary school students' solutions of word problems involving length and area of similarplane figures. *Educational Studies in Mathematics, 35,* 65-85.

De Corte, E., Verschaffel, L., & Greer, B. (2000). *Connecting mathematics problem solving to the real world*. In: Proceedings of the International Conference on Mathematics Education into the 21st Century: Mathematics for living (pp. 66-73). Amman, Jordan: The National Center for Human Resource Development.

Dooley, B. K. (2006). An investigation of proportional thinking among high school students. Doctoral dissertation. South Carolina: Clemson University.

Duatepe A. ve Akkuş- Çıkla O. (2002). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerileri üzerine niteliksel bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 23*, 32-40.

Ebersbach, M., Van Dooren, W., Goudriaan, M. N., & Verschaffel, L. (2010). Discriminating nonlinearity from linearity: Its cognitive foundations in five-year-olds. *Mathematical Thinking and Learning, 12,* 4-19.

Fernández, C., Llinares, S., & Valls, J. (2008). Implicative analysis of strategies in solving proportional and non-proportional problems. In O. Figueras & A. Sepúlveda (Eds), *Proceedings of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* ,3, 1-8, Morelia, México: PME.

Fernández, C., & Llinares, S. (2009). Understanding additive and multiplicative structures: The effect of number structure and nature of quantities on primary school students' performance. *In First French-Cypriot Conference of Mathematics Education,* 1-18.

Fernández, C., Llınares, S., Modestou, M., Gagatsıs, A., (2010). Proportional reasoning: how task variables influence the development of students' strategies from primary to secondary school. *Acta Didactica Universitatis Comenianae Mathematics, 10*, 1-18

Fernández, C., Llinares, S., Van Dooren, W., De Bock, D., & Verschaffel, L. (2010). How do proportional and additive methods develop along primary and secondary school? In M.M.F. Pinto, & T.F. Kawasaki (Eds.), Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (vol. 2, pp. 353-360). Belo Horizonte, Brazil: PME.

Fernández , C., Llinares, S., Van Dooren, W., De Bock, D., & Verschaffel, L. (2012). The development of students' use of additive and proportional methods along primary and secondary school. *European Journal of Psychology of Education, 27* (3), 421-438.

Freudental, H. (1991). Revisiting mathematics education. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Freudenthal, H. (1973). Mathematics as an Educational Task. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Gravemeijer, K. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*. Utrecht: CD-ß Press /Freudenthal Institute.

Gravemeijer K. (2002) *Preamble: From Models to Modeling.* In: Gravemeijer K., Lehrer R., Van Oers B., Verschaffel L. (eds) Symbolizing, Modeling and Tool Use in Mathematics Education. Mathematics Education Library, vol 30. Springer, Dordrecht

Gravemeijer, K., & Stephan, M. (2002*). Emergent models as an instructional design heuristic.* In K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. Oers, & L. Verschaffel (Eds.), Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education (pp. 145-169). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Hauvel-Panhuizen, M. (1996*). Asserment and Realistic Mathematics Education,* Technicpress, Netherland.

Heller, P. M., Ahlgren, A, Post, T., Behr, M., & Lesh, R. (1989). Proportional reasoning: the effect of two content variables, rate type, and problem setting. *Journal of Research in Science Teaching, 26* (3), 205-220.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Küpçü, A. R. (2008). *Etkinlik temelli öğretim yaklaşımının orantısal akıl yürütmeye dayalı problem çözme başarısına etkisi.* Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Kwon, Y., Lawson, A. E., Chung, W, & Kim, Y. (2000). Effect on development of proportional reasoning skill of physical experience and cognitive abilities associated with prefrontal lobe activity. *Journal of Research in Science Teaching, 37* (10), 1171-1182.

Lamon, S. J. (1995). Ratio and proportion. Elementary didactical phenomenology. In B. P. Schappelle (Ed.), *Providing a foundation for teaching mathematics in the middle grades* (pp. 167-198). Albany: State University of New York.

Lawton, C. A. (1993). Contextual factors affecting errors in proportional reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education, 24* (5), 460-466. https://www.jstor.org/stable/749154?seq=3#page_scan_tab_contents

Lesh , R.A., & Doerr, H. (2003). Foundations of model and modeling perspectives on mathematic teaching and learning*.* In R.A. Lesh and H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modeling perspectives on mathematics teaching, learning, and problem solving*. Mahwah, NJ: Lawrance Erlbaum.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 93-118). Reston, VA: Lawrence Erlbaum

Milli Eğitim Bakanlığı. (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu,* Ankara: Yazar.

Modestina ,M., Iliada, E, Athanasios, G. Ve Giorgos, S. (2007). Problem solving ın geometry: The case of the illusion of proportionality. http://ermeweb.free.fr/CERME%205/WG7/7_Modestou.pdf. dan 2.04.2012 de indirilmiştir.

Modestou, M., & Gagatsis, A. (2007). Students' improper proportional reasoning: A result of the epistemological obstacle of "linearity". *Educational Psychology, 27*(1), 75-92.

Modestou, M., & Gagatsis, A. (2008). Proportional reasoning in elementary and secondary education: Moving beyond the percentages. In A. Gagatsis (Ed.), *Research in mathematics education*, 147-162. Nicosia: University of Cyprus

NCTM (2000). Principles and Standards for School Mathernatics, NCTM Publications.

Owens, D. T. (1993). Research Ideas for the Classroom Middle Grades Mathematics, NCfM Publications.

Pape, S. J. (2004). Middle school children's problem-solving behavior: A cognitive analysis from a reading comprehension perspective. *Journal for Research in Mathematics Education, 35* , pp. 187-219.

Shield, M.J. & Dole, S. (2008). Proportion in middle-school mathematics : it's everywhere. *The Australian Mathematics Teacher*, 64(3), 10-15.

Skemp R., (1976). Relational understanding and instumental understanding, *Mathematics Teaching, 77,* 20–26,

Şen Zeytun. A, (2013). *An investigation of prospective teachers' mathematical modelling processes and their views about factors affecting these processes,* unpublished doctorate thesis, ODTÜ, Ankara

Tourniaire, Francoise & Pulos, Steven. (1985). Proportional reasoning: A review of the literature. *Educational Studies in Mathematics, 16* (2), 181-204.

Treffers, A. (1987). Three dimensions- a model of goal and theory description in mathematics instruction. Dordrecht: Kluwer Academic.

Tural Sönmez, M. (2017). Matematiksel modelleme problemlerinin yapılandırılması üzerine tasarım tabanlı inceleme: finansal içerik örneği. *Journal of Computer and Education Research, 5* (10), 218-240. https://doi.org/10.18009/jcer.307314

Türker Biber, B. & Yetkin Özdemir, İ. E. (2015). Matematik öğretiminde matematiksel modelleme yaklaşımı. *Cito Eğitim: Kuram ve Uygulama, 27,* 39-50.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (1996). Assessment and realistic mathematics education. CD-Beta Press/Freudenthal Institute. Utrecht:Holland

Van Dooren, W., De Bock, D., Hessels, A., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2005). Not everything is proportional: Effect of age and problem type on propensities of overgeneralization. *Cognition and Instruction, 23*(1), 57-86.

Van Dooren, W., De Bock, D., Vleugels, K., & Verschaffel, L. (2010). Just answering … or thinking? Contrasting pupils' solutions and classifications of missing-value word problems. *Mathematical Thinking and Learning, 12*(1), 20-35.

Verschaffel, L., De Corte, E., & Lasure, S. (1994). Realistic considerations in mathematical modelling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction, 4,* 273-294

Viennot, D.C., & Moreau, S.(2007). Arithmetic problems at school: When there is an apparent contradiction between the situation model and the problem model. *British Journal of Educational Psychology 77*, 69–80.

Xin, Z. & Zhang, L. (2009). Cognitive holding power, fluid intelligence, and mathematical achievement as predictors of children's realistic problem solving. *Learning and Individual Differences, 19*, 124–129.

Ek1.

Bisiklet Problemi

2015 yılı bisiklet olimpiyatlarında birinci olan Çağan'ın 15 yaşındayken en büyük hobisi bisiklete binmekti. Bu nedenle bisiklet turnuvaları kulübüne üye olmuştu. Çağan, kulüpteki bisiklet turnuvalarında gruptan ayrılmayarak diğer kişilerle aynı hızda gidebilmesi için kaliteli bir bisiklet almak istemekteydi. Çağan 15 yaşındayken, bu nedenle amcasından 800 ₺ borç alarak istediği bisikleti almıştı. Bugün 20 yaşında bir milli sporcu olan Çağan, maaş aldığı için amcasından aldığı bu parayı geri vermek istemektedir. Amcasının bu parayı geri vermesini kabul etmemesi üzerine; Çağan amcasına aynı değere karşılık gelen bir hediye almayı düşünmektedir. Fakat 5 yıl önce 800 ₺'nin bugün kaç ₺'ye denk geldiğini hesaplayamamaktadır.

Tablo 1. *Ürünlerin güncel fiyatları ve beş yıl önceki fiyatları*

Ürün No	*Ürün*	*Beş Yıl Önceki Fiyatı*	*Günümüz Fiyatı*
1	Ekmek	0,40 ₺	1,00 ₺
2	Spor Aleti	100,00 ₺	225,00 ₺
3	Otobüs Bileti	1,60 ₺	2,00 ₺
4	Gr Altın	52,00 ₺	104,00 ₺
5	Buzdolabı	1 400,00 ₺	3 080,00 ₺
6	1 Kg. Un	2,30 ₺	5,75 ₺
7	Paten fiyatı	100,00 ₺	190,00 ₺
8	1 L. Benzin	3,60 ₺	5,40 ₺
9	Lastik	80,00₺	120,00₺
10	Futbol topu	25,00 ₺	40,00₺
11	Jant	80,00₺	100,00₺
12	Kamera	200,00 ₺	360,00 ₺

Sizin için genel fiyatlar düzeyini ölçen bazı ürünlerin 5 yıl önceki ve günümüzdeki etiket fiyatlarını bulduk (Tablo 1). Çağan'ın amcasına borcunu ödemesi için, 5 yıl önceki 800 TL'nin satın alma gücünün bugün kaç TL'ye denk geldiğini bulması gerekmektedir. Çağan'a bu konuda yardımcı olunuz. Geliştirdiğiniz yöntemi ayrıntılı şekilde açıklayarak ona bir mektup yazınız."

Ek 2.

Sigorta Şirketi Problemi

Kasko işine yeni başlayan Tarık Bey, fiyatlandırma için sizden yardım istemektedir. Tarık Bey ehliyeti olan toplam 20 000 000 kişi ve kazaya karışan toplam 400 000 kişiye ilişkin TÜİK Trafik Kaza İstatistikleri'ni sizin için bulup, ekte göndermiştir (Tablo 2). İstatistikleri göz önünde bulundurarak kazaya karışan sürücü özelliklere göre nasıl bir fiyatlandırma yapmalıdır? Fiyatlandırma için model oluşturunuz. Bu fiyatlandırmanın gerekçesini hesaplarla birlikte anlatan, tüm sigorta şirketlerine örnek oluşturabilecek bir mektup yazınız. "

Tablo 2. *2015 yılı Tüik kazaya karışan sürücü özellikleri verileri*

Cinsiyet	*Kazaya Karışan Sürücü sayısı*	*Ehliyeti olan Toplam Sürücü sayısı*	*Medeni durum*	*Kazaya Karışan Sürücü sayısı*	*Ehliyeti olan Toplam Sürücü sayısı*
Kadın	160.000	5.000.000	Evli	200.000	16.000.000
Erkek	240.000	15.000.000	Bekar	200.000	4.000.000
Yaş grubu	*Kazaya karışan sürücü sayısı*	*Ehliyeti olan Toplam Sürücü sayısı*	*Mezuniyet durumuna göre eğitim durumu*	*Trafik kazalarına karışan sürücü sayısı*	*Ehliyeti olan Toplam Sürücü sayısı*
18-20	24.000	1.200.000	İlkokul	160.000	5.000.000
21-24	40.000	2.000.000	Ortaokul	80.000	3.000.000
25-35	240.000	12.000.000	Lise	120.000	8.000.000
35-64	80.000	4.000.000	Üniversite	30.000	2.500.000
65+	16.000	800.000	Lisansüstü	10.000	1.500.000