



Determining the Fifth Grade Students' van Hiele Geometric Thinking Levels in Tessellation

Çiğdem KILIÇ*
Nilüfer Yavuzsoy KÖSE**
Dilek TANIŞLI***
Aynur ÖZDAŞ****

ABSTRACT. This research has been conducted to determine fifth grade students' van Hiele geometric thinking levels in tessellation. The research was conducted in a primary school in Eskişehir. 9 fifth grade students were chosen as participants. Data were collected through clinical interviews. In data analysis descriptor code key, which is similar to a key code, developed by Callingham (2004) were used. As a result, it was obtained that the fifth grade students' van Hiele geometric thinking levels in tessellation are visual and analytic. Besides, it was determined that there is a relation between students' mathematical achievement and van Hiele geometric thinking levels in tessellation.

Key Words: Tessellation, van Hiele Geometric Thinking Level

SUMMARY

Purpose and Significance: In mathematics, tessellations are repeated patterns of geometric shapes that cover a surface. If students do not understand tessellations in the intended ways the development of properties of the shapes, symmetry may be lacked. In this research van Hiele levels were used as a basis for analyzing the students van Hiele geometrical levels in 6 different tessellations and also the relationship between students' mathematical academic levels and Van Hiele geometrical levels in tessellation were tried to determine.

Methods: The participants of the study were 9 fifth grade students. Each student was interviewed and videotaped while attempting to identify geometric shapes and construct tessellation by using informal language in construction of tessellations. 6 different tessellations (regular, semi-regular, irregular) were asked to each participant. For this research, database includes the participants' verbal remarks, written tessellation material and observable actions collected via videotapes during tessellation activity. The length of the interviews varied between 35-45 minutes.

Results: As a result, it was seen that fifth grade students' van Hiele geometric thinking levels in tessellation are visual and analysis. Besides, it was determined that there is a relation between students' mathematical achievement and van Hiele geometric thinking levels in tessellation.

Discussion and Conclusions: According to results of the study some suggestions can be given; in mathematics instruction teachers can give students different kinds of tessellation which will enhance students experiences about geometric shapes. This study was conducted with elementary school students; thus, further research can be carried out with upper grade levels.

* Anadolu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, 26470 Eskişehir, ckilic@anadolu.edu.tr

** Anadolu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, 26470 Eskişehir, nyavuzsoy@anadolu.edu.tr

*** Anadolu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, 26470 Eskişehir, dtanisli@anadolu.edu.tr

**** Prof. Dr., Anadolu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, 26470 Eskişehir, aozdas@anadolu.edu.tr

İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerinin Süsleme Etkinliklerindeki van Hiele Geometrik Düşünce Düzeylerinin Belirlenmesi

Çiğdem KILIÇ*
Nilüfer Yavuzsoy KÖSE**
Dilek TANIŞLI***
Aynur ÖZDAŞ****

ÖZ. Bu araştırma, ilköğretim 5. sınıf öğrencilerinin süsleme konusundaki van Hiele geometrik düşünce düzeylerini belirlemek amacıyla yapılmıştır. Araştırma Eskişehir il merkezinde yer alan bir ilköğretim okulunun 5. sınıfına devam eden toplam 9 öğrenci üzerinde gerçekleştirilmiştir. Araştırma verileri nitel araştırma yöntemlerinden biri olan klinik görüşme tekniğiyle toplanmıştır. Verilerin analizinde, Callingham (2004) tarafından geliştirilmiş olan betimleyici kodlama anahtarına benzer bir kodlama anahtarı kullanılmıştır. Araştırma sonucunda, ilköğretim 5. sınıf öğrencilerinin süsleme konusunda van Hiele geometrik düşünce düzeylerinden görsel ve analitik düzeyde yer aldıkları görülmüştür. Ayrıca, öğrencilerin matematik dersi başarı düzeyleri ile süsleme etkinliklerindeki van Hiele geometrik düşünce düzeyleri arasında bir ilişki olduğu da belirlenmiştir.

Anahtar Sözcükler: Süsleme, van Hiele Geometrik Düşünce Düzeyi.

1. GİRİŞ

Süsleme, boşluk kalmayacak ya da üst üste binmeyecek biçimde şekillerin tekrar etmesiyle bir yerin ya da yüzeyin kaplanmasıdır (Billstein, Libeskind & Lott, 2004). Süslemeler sanatta ve çevremizde var olan genel bir özelliktir (Pumfrey & Beardon, 2002). Bir yüzey üzerindeki fayanslar ve çeşitli mozaikler süsleme örnekleridir (Billstein, Libeskind & Lott, 2004; Van De Walle, 2004).

Matematikte süslemeler bir yüzeyi kaplayan geometrik şekillerin tekrarlayan örüntüleridir (Johnson & Kashef, 1996). Süslemeler düzenli, yarı düzenli ve düzensiz olmak üzere üç şekilde ifade edilmektedir. Düzenli süslemeler sadece kare, üçgen ve altıgen olmak üzere üç düzgün çokgen (kenar uzunlukları ve açıları eşit) kullanılarak oluşturulabilir. Birden fazla farklı düzgün çokgenler kullanılarak yarı düzenli süslemeler yapılabilir. Bunların dışında düzgün olmayan çokgenler kullanılarak da düzensiz süslemeler oluşturulabilir (Van De Walle, 2004). Süslemeler geometrik şekillerin öteleme, dönme, yansıma ve ötelemeli yansıma hareketlerinden biri ya da birkaçı kullanılarak gerçekleştirilir. Çokgen olmayan farklı şekiller kullanılarak gerçekleştirilen süslemeler de mevcuttur. Hofstadter (1979) özellikle M.C. Escher'in bu konudaki çalışmalarının sanatçılara ve matematikçilere ilham kaynağı olduğunu ifade etmektedir (Johnson, & Kashef, 1996).

Süsleme, ilköğretim düzeyinde geometrik şekillerden yararlanılarak gerçekleştirilmektedir. Bu nedenle, öncelikle süsleme yardımı ile geometrideki estetiğin öğrenciler tarafından fark edilmesi amaçlanır. Birinci sınıftan itibaren öğrenciler inceledikleri geometrik cisimleri ve şekilleri kullanarak süslemeler yapabilir ya da belli bir bölgeyi süsleyebilirler. Böylece soyut olarak görülebilecek üçgen, kare, dikdörtgen vb. geometrik kavramların, süslemelerle somut ve işlevsel birer kavram olduğu hissettirebilir (MEB, 2005).

* Anadolu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, 26470 Eskişehir, ckilic@anadolu.edu.tr

** Anadolu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, 26470 Eskişehir, nyavuzsoy@anadolu.edu.tr

*** Anadolu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, 26470 Eskişehir, dtanisli@anadolu.edu.tr

**** Prof. Dr., Anadolu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, 26470 Eskişehir, aozdas@anadolu.edu.tr

Süslemelerde, özellikle küçük çocuklara yeterli sayıda farklı tip düzenli şekiller verilerek, hangi şekillerin bir bölgeyi kaplayabildiğini keşfetmeleri sağlanabilir (Van De Walle, 2004).

Süsleme etkinliklerinde öğrencilerin kendi estetik tercihleri öne çıkar. Bu etkinliklerde, öğrencilerin geometrik şekillerin hangilerinin belli bir bölgeyi süslemede daha uygun olacağına, şekillerin özelliklerini dikkate alarak karar vermeleri önemlidir. Bu ise, öğrencilerin şekilleri analiz etmelerini gerektirir (MEB, 2005).

Süslemeler; matematiksel kavram, özellik ve ilişkileri tanıma ve değerlendirmenin gelişimini sağlamanın yanı sıra, estetik duyguların gelişmesinde ve matematiğe karşı olumlu tutum kazanılmasında da önemli bir role sahiptir (MEB, 2005). Süslemeler öğrencilerin problem çözme becerileri ve yaratıcı düşüncelerini de artırmaktadır (Van De Walle, 2004). Aynı zamanda süsleme etkinlikleri, öğrencilerin geometri ve uzamsal düşünme becerilerini de geliştirmektedir. Böylece, öğrencilerin ileri sınıflarda ispat ve muhakeme gibi becerilerinin gelişimi de sağlanabilir (Furner, Goodman & Meeks, 2004). Aksi takdirde süsleme konusuyla ilgili kavram yanılgıları geometri ve uzamsal düşünme becerilerinin gelişimini etkileyecektir (Callingham, 2004). Bu nedenle özellikle ilköğretim birinci basamaktaki öğrencilerin, süsleme etkinliklerinde ne düzeyde olduklarının ortaya konulması önemlidir. Süslemelerde öğrencilerin ne düzeyde olduklarının belirlenmesinde ise, kullanılacak yaklaşımlardan biri, van Hiele'nin geliştirdiği çocuklarda geometrik düşünce düzeylerinin belirlendiği modeldir. Bu modele göre, her düzeyde öğrencilerin geometrik kavramları farklı şekillerde düşündükleri ortaya koyulmaktadır. Bu düzeyler; 0, 1, 2, 3, 4 düzeyleridir (Billstein, Libeskind & Lott, 2004; Callingham, 2004; van Hiele, 1986):

“ 0” Düzeyi (Görsel): Bu düzeydeki öğrenciler geometrik şekil ve cisimleri bir bütün olarak algırlar, özellikleri tanıma bağlı olarak kavrayamazlar. Öğrenciler şekillerin sadece görünüşlerini hesaba katarlar ve görünüşlerine göre şekillerin özelliklerini açıklarlar.

“ 1” Düzeyi (Analitik): Bu düzeydeki öğrenciler şekillerin özelliklerini analiz etmeye başlarlar ve özellikleri tümüyle açıklayabilirler.

“ 2” Düzeyi (Soyutlama): Bu düzeyde öğrenciler, şekil sınıfları arasında bağ kurabilirler. Şekilleri, tanımlanan özelliklerine göre sınıflayabilirler.

“ 3” Düzeyi (Çıkarım): Bu düzeydeki öğrenciler bir aksiyomatik yapıyı kullanabilirler ve bu sistem içinde kendi kendilerine ispat yapabilirler. Bir teoremin farklı uygulamalarını görebilirler. Bu düzeyde öğrenciler için, şekillerin özellikleri şekil ve cisimden bağımsız bir nesne haline gelir.

“ 4” Düzeyi (İlişkileri Görebilme): Bu düzeydeki öğrenciler farklı aksiyomatik sistemlerin farklılıklarını ve aralarındaki ilişkileri fark edebilirler. Değişik aksiyomatik sistemler içerisinde teoremler ortaya atar ve bu sistemleri analiz eder ve karşılaştırma yaparlar.

Süsleme etkinliklerinde öğrencilerin sadece süslemeyi içeren geometrik şekilleri ve bunların özelliklerini açıklamaları değil, aynı zamanda çeşitli geometrik şekiller üzerinde dönüşümleri kullanarak süslemeler oluşturmaları gerekmektedir. Örneğin, yukarıda da ifade edildiği gibi 0. düzeyde öğrenciler için, süslemeyi içeren şekilleri ya da geometrik bir şeklin birleşiminden oluşmuş farklı bir geometrik şekli tanımları beklenir. 1. düzeyde ise, öğrencilerin süslemeyi içeren şekillerin özelliklerini ve örüntü bloklarını kullanarak süslemeyi oluşturmalarını, oluştururken de şekillere uyguladıkları dönüşümleri açıklamaları istenir. 2. düzeyde de, öğrencilerin öteleme, dönme, yansıma ve ötelemeli yansıma gibi teknik terimleri kullanarak yaptıkları tanımlamaları bütünleştirmeleri ve şekil sınıfları arasında bağ kurmaları beklenir (Callingham, 2004; van Hiele, 1986). Bu araştırmada, ilköğretim 5. sınıf

öğrencilerinden van Hiele geometrik düşünce düzeylerinden sadece 0. ve 1. düzeyleri gerçekleştirebilecekleri beklenildiği için diğer üst düzeylere bakılmamıştır.

Literatür incelendiğinde süsleme konusuna ilişkin yurt dışında sınırlı sayıda araştırmaların yer aldığı görülmektedir. Bu araştırmalar arasında öğrencilerin süsleme etkinliklerindeki van Hiele geometrik düşünce düzeylerinin belirlenmesine yönelik ise sadece Callingham (2004)'ın araştırmasına rastlanmıştır. Callingham (2004) tarafından Avustralya'da bir ilköğretim okulunda 5. ve 6. sınıfa devam eden toplam 26 öğrenciyle gerçekleştirilen araştırmada, öğrencilere 8 düzenli, yarı düzenli ve düzensiz süslemelerden oluşan çalışma yaprakları dağıtılmıştır. Daha sonra öğrencilerden bu çalışma yapraklarında yer alan süslemelerdeki şekilleri tanımlamaları ve süslemeyi oluştururken kullandıkları dönüşümleri olabildiğince detaylı bir şekilde yazmaları istenmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin düzey olarak görsel, analitik ve soyutlama düzeyinde yer aldığı ve bir kısım öğrencinin de ilgisiz olarak atandığı görülmüştür.

Türkiye'de ise, süsleme konusunda gerçekleştirilmiş araştırmalara rastlanamamıştır. Bunun nedeni ise, süsleme konusunun 2005-2006 öğretim yılına kadar ilköğretim birinci basamak matematik dersi öğretim programında yer almaması olabilir. Ancak, Türkiye'de ilk kez 2005-2006 öğretim yılında uygulanmaya başlayan ilköğretim matematik dersi öğretim (1.-5. sınıflar) programında her sınıf düzeyinde süsleme konusuna, "örüntü ve süslemeler" alt öğrenme alanında yer verildiği görülmektedir. Bu nedenle ilköğretim birinci basamaktaki öğrencilerin, süsleme konusuna ilişkin ne düzeyde olduklarının ortaya konulması gerekmektedir. Bu gereklilikten dolayı, öğrencilerin süsleme konusunda ne düzeyde olduklarının belirlenmesi, bu araştırmanın ana sorununu oluşturmaktadır. Araştırma sonucunda elde edilecek bulguların, daha sonra yapılacak çalışmalara ışık tutacağına da inanılmaktadır.

1.1. Amaç

Bu araştırmada aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır:

1. İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin süsleme konusundaki van Hiele geometrik düşünce düzeyleri nedir?
2. Öğrencilerin matematik dersindeki başarı düzeyleri ile süsleme konusundaki van Hiele geometrik düşünce düzeyleri arasında nasıl bir ilişki vardır?

2. YÖNTEM

Verilerin toplanması, çözümlenmesi ve yorumlanmasında, matematik eğitiminde sıklıkla kullanılan, nitel araştırma yöntemlerinden klinik görüşme tekniği kullanılmıştır. Klinik görüşme bilgi yapısının biçimini ve muhakeme sürecini araştırmak için Piaget'nin öncülük ettiği bir tekniktir (Clement, 2000). Bu teknik öğrencilerin düşüncelerini derinlemesine incelemek amacıyla öğrenciyle/öğrencilerle karşılıklı yapılan görüşmeleri içerir. Klinik görüşme yapan kişi daha önce planlanmış bir şekilde bir ya da birden fazla görevler (sorular, problemler ya da etkinlikler) aracılığıyla katılımcılarla etkileşime girer (Goldin, 2000). Klinik görüşmeler araştırmalarda iki amaç için kullanılmaktadır (Goldin, 1998):

- Problem çözme yoluyla çocukların ya da yetişkinlerin matematiksel davranışlarını gözlemlenme.
- Gözlemlerden problem çözümlerinin olası matematiksel anlamalarını, bilgi yapılarını, bilişsel süreçlerini ve bu süreçte meydana gelen duyuşsal değişiklikler hakkında sonuç çıkarma.

Bu araştırmada, öğrencilerin süsleme konusundaki van Hiele geometrik düşünce düzeylerini belirlemede, öğrencilerin geometrik şekilleri tanıma, tanımlama ve süslemeleri oluşturmaya ilişkin bilgi yapılarını ve bilişsel süreçlerini ortaya çıkarmak amacıyla klinik görüşme tekniği benimsenmiştir. Araştırmada yer alan katılımcılar, ortam, veri toplama aracı, süreç ve verilerin analizi ve yorumlanması aşağıda açıklanmıştır.

2.1. Katılımcılar

Araştırmanın uygulama boyutu, 2005-2006 öğretim yılı bahar döneminde ilköğretim 5. sınıfa devam eden, amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örneklemeye göre seçilmiş, toplam 9 öğrenci üzerinde gerçeleştirilmiştir. Ölçüt örneklemede önceden kullanılmış bir dizi ölçüt kullanılabilceği gibi ölçütler araştırmacı tarafından da geliştirilebilir (Yıldırım ve şimşek, 2004). Bu araştırmada, öğrencilerin seçilmesinde iki ölçüt temel alınmıştır:

- Öğrencilerin 5. sınıfta okuyor olması.
- Öğrencilerin yüksek, orta ve düşük başarı seviyelerine sahip olmaları.

Yüksek, orta ve düşük başarı seviyesine sahip öğrencilerin belirlenmesinde 2005-2006 güz dönemindeki matematik dersi karne notu dikkate alınmıştır. Araştırma kapsamında yer alan yüksek, orta ve düşük başarı seviyesindeki öğrenciler, içinde buldukları başarı düzeylerinden, cinsiyet dikkate alınmadan, öğretim görüşüne dayalı olarak seçilmişlerdir. Seçilmiş olan öğrencilerden yüksek başarı düzeyindekiler; Can , Enes ve Aral'dır. Orta başarı düzeyindekiler; Yasin, Çağla ve Hilal'dir. Düşük başarı düzeyindekiler ise; Furkan, Merve ve Hamdi'dir. Gizlilik esası dikkate alınarak öğrencilerin gerçeek isimleri de kullanılmamıştır.

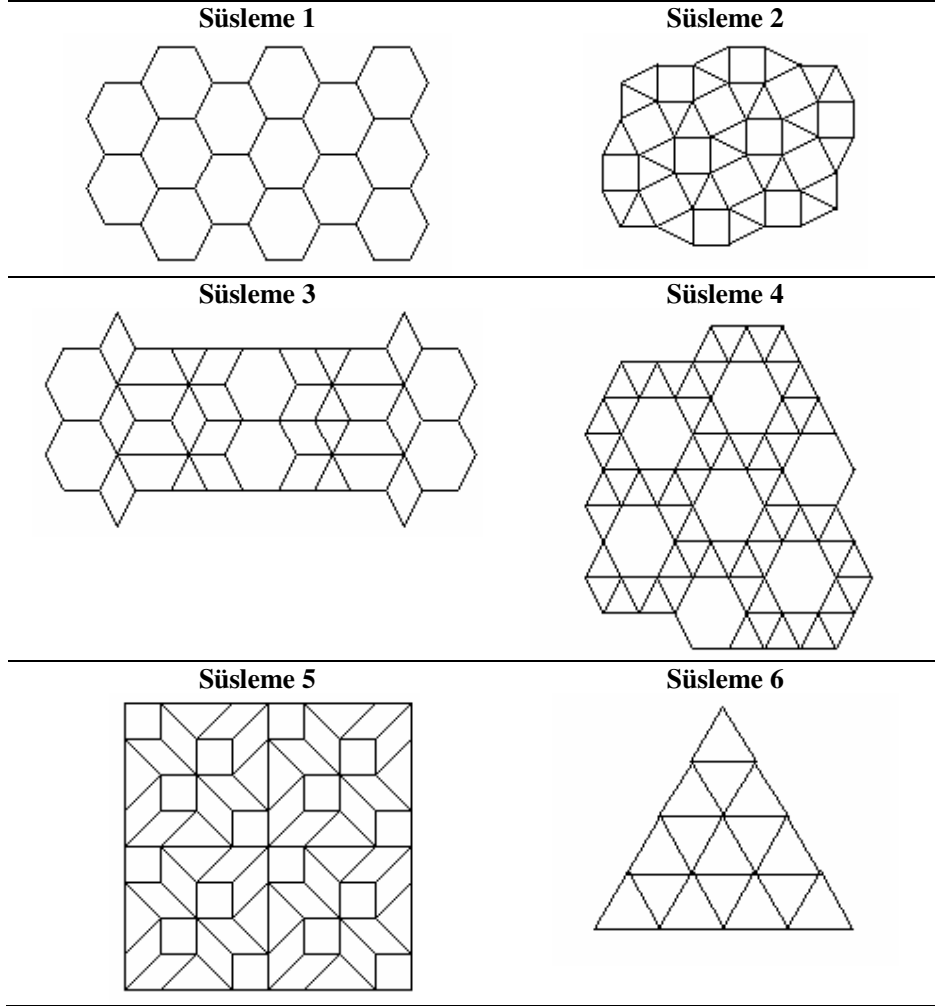
2.2. Ortam

Araştırma Eskişehir il merkezinde orta sosyo-ekonomik düzeyde yer alan bir ilköğretim okulunda gerçeleştirilmiştir. Görüşmeler, öğrencilerin kendilerini rahat hissedebildikleri sessiz bir ortam olan okulun rehberlik odasında yapılmıştır. Araştırmada kullanılan video kamera, öğrencileri, öğrencilerin yaptıkları tüm etkinlikleri ve görüşmeciyi görüntüleyebilecek şekilde sabitlenmiştir.

2.3. Veri Toplama Aracı

Verilerin toplanmasında ilköğretim matematik dersi öğretim programında, geometri öğrenme alanında yer alan “örüntü ve süslemeler” alt öğrenme alanının kazanımları dikkate alınarak 6 farklı süsleme örneği bulunan çalışma yaprakları hazırlanmıştır. Çalışma yapraklarında yer alan süslemeler düzgün çokgenlerden oluşan düzenli (1. ve 6. süsleme), yarı düzenli (2., 3. ve 4. süsleme) ve düzensiz süsleme (5. süsleme) örneklerinden oluşmaktadır. Araştırmada, öğrencilerin süsleme konusuna ilişkin bakış açılarını bir bütün olarak incelemek amacıyla ilköğretim matematik dersi öğretim programında ilk 5 sınıfta düzensiz süsleme çalışmalarına yer verilmemesine rağmen bir düzensiz süsleme örneğine de yer verilmiştir. Araştırmada kullanılan süsleme örnekleri Şekil 1'de verilmiştir.

Şekil 1. Süsleme Örnekleri



2.4. Süreç

Araştırmaya başlamadan önce, ilgili yerlerden ve kişilerden gerekli izinler alınmıştır. Görüşmeler sınıf öğretmeninin belirlediği saatler dikkate alınarak gerçekleştirilmiş ve her bir görüşme yaklaşık 35-45 dakika arasında sürmüştür. Görüşmeler video kamera ile kaydedilmiş ve kaydedilen kasetler görüşme sırasına göre numaralandırılmıştır.

Görüşmelere başlamadan önce ilköğretim 5. sınıfa devam eden iki öğrenci ile pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışma sonrasında, iki süsleme etkinliğinin birbirine çok benzediği ve süre olarak uzun zaman aldığı görüldüğünden 8 süsleme örneği 6 süsleme örneğine indirilmiştir.

Pilot çalışmanın ardından gerçekleştirilen klinik görüşmelerde *çalışma yaprakları*, *boya kalemleri* ve *örüntü blokları* kullanılmıştır. Öğrencilere öncelikle çalışma yaprakları dağıtılarak her bir süslemede yer alan geometrik şekilleri ve ayrıca, süsleme bütünlüğü içerisinde bu şekillerin birleşiminden oluşan geometrik ve geometrik olmayan şekilleri tanımları, tanımlamaları, süslemeyi örüntü bloklarıyla oluşturmaları ve boyamaları istenmiştir. Ayrıca süslemeyi oluştururken şekillere uyguladıkları dönüşümleri de olabildiğince ayrıntılı bir şekilde açıklamaları beklenmiştir.

2.5. Verilerin Analizi ve Yorumlanması

Araştırmadan elde edilen veriler nitel olarak yorumlanmıştır. Bunun için öncelikle öğrencilerin süsleme etkinliklerine verdikleri yanıtlar incelenmiştir. Bu yanıtlar doğrultusunda öğrencilerin süsleme konusunda hangi van Hiele geometrik düşünce düzeylerinde yer aldıklarını belirlemek amacıyla van Hiele geometrik düşünce düzeyleri temel alınarak Callingham (2004) tarafından geliştirilmiş olan betimleyici kodlama anahtarına benzer, Tablo 2’de görülen bir kodlama anahtarı kullanılmıştır. Her bir araştırmacı numaralandırılmış video kasetlerini izleyerek kodlama anahtarı yardımıyla birbirinden bağımsız olarak öğrencileri van Hiele geometrik düşünce düzeylerine atamıştır. Daha sonra üç araştırmacının yaptığı kodlamalar karşılaştırılmıştır. Araştırmanın güvenilirliği; $\text{Güvenirlik} = \frac{\text{Görüş Birliği}}{(\text{Görüş Birliği} + \text{Görüş Ayrılığı})}$ formülü yardımıyla hesaplanmış ve güvenilirlik %90 olarak bulunmuştur (Miles & Huberman, 1994).

Tablo 2. Kodlama Anahtarı

van Hiele Geometrik Düşünce Düzeyi	Betimleyici	Kod
Düzyey 0	Geometrik şekilleri ve geometrik şekillerin birleşimiyle oluşmuş şekilleri tanımlar ve adlandırır.	1
Düzyey 1	Geometrik şekillerin özelliklerini söyler ve süslemeyi oluşturur, oluştururken de informal dili kullanır.	2

3. BULGULAR VE YORUM

İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin süsleme konusundaki van Hiele geometrik düşünce düzeylerinin belirlenmesine yönelik bulgular iki başlık altında sunulmuştur:

3.1. İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin süsleme konusundaki van Hiele geometrik düşünce düzeyleri

Araştırmaya katılan öğrencilerin süsleme etkinliklerindeki van Hiele geometrik düşünce düzeylerinin dağılımı Tablo 3’te verilmektedir.

Tablo 3. Öğrencilerin Süsleme Etkinliklerinde Van Hiele Geometrik Düşünce Düzeylerinin Dağılımı

Süsleme	Görsel düzey	Analitik düzey
1	3	6
2	3	6
3	4	4
4	4	5
5	5	3
6	3	6

Tablo 3’te görüldüğü gibi, öğrencilerin her bir süsleme için ait oldukları van Hiele geometrik düşünce düzeyleri görsel ve analitik düzey olarak belirlenmiştir. Ancak analizler sonucu bazı öğrenciler hiçbir düzeye uygun görülmediğinden bu öğrenciler ilgisiz olarak kodlanmıştır.

Tablo 3’teki verilere göre “Şekil 1. Süsleme Örnekleri”nde verilen süsleme 1, 2 ve 6’da düzey olarak öğrencilerin sayıca en fazla analitik düzeyde yer aldıkları görülmektedir. Bu durum, süsleme 1 ve 6’nın düzenli bir süsleme olması ve yarı düzenli bir süsleme olan süsleme

2'nin de eşkenar üçgen ve kare gibi öğrencilerin en çok aşına olduğu geometrik şekillerden oluşması ile açıklanabilir. Örneğin süsleme 6'da analitik düzeyde yer alan Çağla:

A: *Bu şekle bak ne görüyorsun?*

Ç: *Üçgenler var.*

A: *Nasıl üçgenler?*

Ç: *Eşkenar üçgenler var.*

A: *Nerden anladın eşkenar üçgenler olduğunu?*

Ç: *Çünkü bütün kenarları eşit. Paralelkenar var.*

A: *Çiz bana bunu hemen.*

Ç: *(Dört eşkenar üçgenin birleşiminden oluşan paralelkenarı çizerek gösterdi).*

A: *Başka?*

Ç: *Eşkenar dörtgen var (İki eşkenar üçgenin birleşiminden oluşan eşkenar dörtgeni çizerek gösterdi).*

A: *Başka?*

Ç: *Yamuk var (Üç eşkenar üçgenin birleşiminden oluşan yamuğu çizerek gösterdi).*

A: *Evet başka?*

Ç: *Başka yok*

A: *Peki üçgen, eşkenar dörtgen ve yamuğun dışında başka bir şekle benziyor mu?*

Ç: *Benzemiyor. Şey bi de altıgen var (Altı tane eşkenar üçgenin birleşiminden oluşan altıgeni çizerek gösterdi).*

A: *Yapabilecek misin bu şekli üçgenlerle? Şekli yaparken neler yaptığını anlat.*

Ç: *Bu üçgeni düz koydum. Böyle ters koydum.*

A: *Neye dikkat ediyorsun yaparken?*

Ç: *Şekillerin düzgün olmasına dikkat ediyorum.*

Süsleme 5'te düzey olarak öğrencilerin sayıca en fazla görsel düzeyde buldukları görülmektedir. Bu öğrenciler, süslemede yer alan geometrik şekilleri adlandırmalarına ve özelliklerini ifade edebilmelerine karşın, örüntü blokları yardımı ile bu süslemeyi oluşturamamışlardır. Bu nedenle görsel düzeye atanmışlardır. Öğrenciler geometrik şekillerden özellikle iki paralelkenarı süsleme 5'deki gibi bir araya getirmede zorlanmışlardır. Bu durum, öğrencilerin paralelkenarların simetrik yerleşimini görememiş olmaları ile açıklanmaktadır. Ayrıca, süsleme 5'in birden fazla düzgün olmayan geometrik şekillerden oluşan düzensiz bir süsleme olmasının da, bu sonucu doğurmuş olduğu düşünülmektedir. Örneğin süsleme 5'te görsel düzeyde yer alan Can:

A: *Bana bu süslemeyi oluşturur musun? Örüntü bloklarını kullanarak, nasıl oluşturduğunu sesli düşünerek anlatır mısın?*

C: *Diğer şekillerdeki gibi köşelerini ve kenarlarını birleştiriyorum. Kenarların birbirine değmesine dikkat ediyorum.*

A: *Kenarların birbirine değmesi yeterli mi?*

C: *Tam olarak köşelerin köşelere gelmesine dikkat ediyorum.*

(Öğrenci iki paralelkenarın uzun kenarlarını birleştirmesi gerekirken kısa kenarlarını birleştirdi ve kareyi iki paralelkenarın birleştiği noktaya koydu. Ancak kare boşluğu dolduramadı).

A: *Neden olmadı bu Can?*

C: *Gene olmadı. Çünkü karenin köşeleri paralelkenarın köşelerine değmiyor.*

A: *Ne yapmamız gerekiyor öyleyse?*

C: *Biraz daha büyük kareye gerek var.*

.....

(Öğrenci örüntü bloklarıyla iki paralelkenar ve kareyi şekildeki gibi uygun yerleştiremediği için süslemeyi oluşturamadı).

Tablo 3’de belirtildiği gibi, süsleme 3’te düzey olarak öğrencilerin görsel düzey ve analitik düzeyde eşit sayıda, süsleme 4’te ise hemen hemen eşit sayıda yer aldıkları görülmektedir. Süsleme 3 ve 4’te öğrencilerden bazılarının örüntü blokları ile süslemeleri oluşturamadığı, bazı geometrik şekillerin özelliklerini açıklayamadığı ve şekillerin birleşiminden oluşan bazı geometrik şekilleri gösteremediği izlenmiş ve bu öğrenciler görsel düzeye atanmıştır.

Süsleme 3 ve 5’te, birer öğrenci hiçbir düzeye atanamamıştır. Örneğin bu öğrencilerden Hilal, Süsleme 3’te süslemeyi tanımlamış, oluşturmuş ve oluştururken de şekillere verdiği hareketleri “dönme” gibi teknik bir terim kullanarak açıklamıştır. Ancak öğrencinin süsleme 3’te yer alan eşkenar üçgenden ve yamuktan oluşan paralelkenarı dikdörtgen olarak algılaması sonucunda, bu öğrenci ne görsel ne de analitik düzeye atanabilmiştir. Bu nedenle ilgisiz olarak kodlanmıştır.

H: Dikdörtgen de var sanki (Eşkenar üçgen ve yamuğun birleşiminden oluşan paralelkenarın üzerini çizdi).

A: Dikdörtgenin özelliklerini söyler misin?

H: Dikdörtgenin karşılıklı kenarları birbirine eşittir. Eee iç açılarının toplamı 360 derecedir. Bir iç açısı 90.

A: (Araştırmacı paralelkenarın bir açısını göstererek) peki 90 derece mi burada?

H: Bir iç açısı eee fazla

.....

(Öğrenci örüntü bloklarıyla süslemeyi oluştururken)

A: (Eşkenar dörtgenleri göstererek) bu şekilleri nasıl yerleştirdin?

H: Bu (eşkenar dörtgen) böyle düzlemesine, bu (eşkenar dörtgeni eliyle döndürdü) döndürüp birazcık paralelkenara benziyor gibi.

Öğrenciler bazı süslemelerde geometrik şekillerin birleşiminden oluşan geometrik şekillerin yanı sıra geometrik cisimlerin düzemsel şekillerini ve geometrik olmayan şekilleri de görebilmişlerdir. Örneğin öğrenciler süsleme 1’de bal peteği ve çiçek; süsleme 2’de ev; süsleme 4 ve 5’de ise yıldız gibi geometrik olmayan şekiller ile küp, üçgen prizma, kare prizma, dikdörtgenler prizması gibi geometrik cisimlerin düzemsel şekillerini de görmüşlerdir. Geometrik cisimlerin düzemsel şekillerini gören öğrencilerin düzeylerine bakıldığında kimi öğrencilerin görsel, kimi öğrencilerin ise analitik düzeyde yer aldıkları görülmektedir. Örneğin süsleme 2’de görsel düzeyde yer alan Furkan;

A: Furkan bu süslemeyi inceler misin hangi geometrik şekillerden oluşmuş?

F: Kare, üçgen ve üçgen prizması

A: Üçgen prizmayı nerde gördün boyayabilir misin?

F: Şurda gördüm. İki üçgenden ve kareden oluşmuştur. (İki eşkenar üçgen ve bir karenin birleşimine üçgen prizma dedi).

Aynı şekilde süsleme 2’de analitik düzeyde yer alan Çağla;

A: Bu süslemeyi inceler misin hangi geometrik şekillerden oluşmuş?

Ç: Kare bir de üçgen.

.....

A: Bu süslemede kare ve üçgenin dışında başka bir geometrik şekil görüyor musun?

Ç: Başka şekil yok.

A: Geometrik olmayan, herhangi bir şekil görüyor musun peki?

Ç: Yok.

Süsleme 2, 3 ve 5’de görsel düzeyde yer alan Furkan bu süslemelerde yer alan geometrik cisimlerin düzlemsel şekillerini görebilmiştir. Diğer taraftan bu süslemelerde analitik düzeyde yer alan Çağla ise bu şekillerin hiçbirini görememiştir. Bu durum ise, öğrencilerin süslemelerde yer alan geometrik cisimlerin düzlemsel şekillerini görebilmeleri ile süsleme etkinliklerindeki van Hiele geometrik düşünce düzeyleri arasında bir ilişki olmadığı şeklinde açıklanabilir.

Öğrenciler süslemeleri oluştururken geometrik şekillere verdikleri hareketlerde informal dil olarak “köşeleri, kenarları birbirine değdiriyorum”, “etrafına koyuyorum”, “kenarların tam gelmesine ve fazlalık olmamasına dikkat ediyorum”, “düz koyuyorum, ters koyuyorum”, “yanına koydum”, “üst üste koydum”, “yan yüzlerinin birleşmesi lazım” gibi ifadeler kullanmışlardır. Ancak ilköğretim matematik dersi (1.-5. sınıflar) öğretim programında yer almamasına karşın “döndürerek koydum” şeklinde teknik terim olan döndürme terimini kullanan iki öğrenci de yer almaktadır. Öğrencilerin süslemeleri oluştururken kullandıkları informal dile ilişkin süsleme 2’de Enes ve süsleme 3’te Furkan’ın görüşleri aşağıda verilmiştir:

A: Bana bu süslemeyi oluşturur musun? Ve oluştururken sesli anlat niye öyle yaptın niye öyle oldu?

E: Üçgenin altına kareyi koyuyorum.

A: Burada neye dikkat ediyorsun?

E: Burada da biraz önceki yaptığımız gibi şey kenarların tam gelmesine ve fazlalık olmamasına dikkat ediyorum.

Furkan’ın görüşü:

A: Bu örüntü bloklarını kullanarak bu süslemeyi oluşturur musun? (Öğrenci altıgen ve eşkenar dörtgenle süslemeyi oluşturmaya başladı).

A: Neye dikkat ediyorsun? Bunları yaparken.

F: Uzunluklarına dikkat ediyorum. Ee altıgenin ve eşkenar dörtgenin uzunluklarına dikkat ediyorum. Bu iki kenarda birbirine eşit olduğu için bunları böyle yan yana koyuyorum.

F: Bir tane daha yamuk gerekiyor ama bu sefer bunu düz koyacağız.

A: O düzse peki bu yamuk nasıl?

F: O da ters

Süslemeyi oluştururken geometrik şekillere uyguladıkları dönüşümlerde teknik terimleri kullanan öğrencilerden biri olan Aral’ın süsleme 3’teki görüşü aşağıda verilmiştir:

A: Bu süsleme örneğine bakarak örüntü bloklarını kullanarak bu süslemeyi oluşturur musun?

Aral: Bu süslemede baya bir şeye ihtiyacım var.

A: Süslemeyi oluştururken neye dikkat ediyorsun?

Aral: Her şeyde dikkat ettiğim gibi uygun olmasına dikkat ediyorum.

A: Nenin uygun olması?

Aral: Kenar uzunluklarının birbirine birleştirirken birbirine uygun olmasına dikkat ediyorum.

(İki yamuğu birleştirerek altıgen oluştururken)

Aral: Önce yamuğu şuraya koyuyorum.

A: O yamuğu nasıl koydun peki?

Aral: Bunu onun tam tersi olarak koydum.

A: Şimdi ne yaptın?

Aral: Şimdi o yamuğu döndürüp koydum.

A: Şimdi ne yaptın?

Aral: Yine bunu döndürüp bu yamağın arkasına koydum.

3.2. Öğrencilerin matematik dersi başarı düzeyleri ile van Hiele geometrik düşünce düzeyleri arasındaki ilişki.

Öğrencilerin matematik dersi başarı düzeylerine göre süsleme etkinliklerinde van Hiele geometrik düşünce düzeylerinin dağılımı Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4. Öğrencilerin Matematik Dersi Başarı Düzeylerine Göre Süsleme Etkinliklerinde Van Hiele Geometrik Düşünce Düzeylerinin Dağılımı

Başarı Düzeyi	Süslemeler	Süsleme1	Süsleme2	Süsleme3	Süsleme4	Süsleme5	Süsleme6
	İsim						
Yüksek	Can	1.Düzye	1.Düzye	1.Düzye	1.Düzye	0.Düzye	1.Düzye
	Enes	1.Düzye	1.Düzye	1.Düzye	1.Düzye	1.Düzye	1.Düzye
	Aral	1.Düzye	1.Düzye	1.Düzye	1.Düzye	1.Düzye	1.Düzye
Orta	Yasin	1.Düzye	0.Düzye	0.Düzye	0.Düzye	0.Düzye	0.Düzye
	Çağla	0.Düzye	1.Düzye	1.Düzye	1.Düzye	1.Düzye	1.Düzye
	Hilal	0.Düzye	1.Düzye	İlgisiz	1.Düzye	0.Düzye	1.Düzye
Düşük	Furkan	1.Düzye	0.Düzye	0.Düzye	0.Düzye	0.Düzye	1.Düzye
	Merve	1.Düzye	1.Düzye	0.Düzye	0.Düzye	0.Düzye	0.Düzye
	Hamdi	0.Düzye	0.Düzye	0.Düzye	0.Düzye	İlgisiz	0.Düzye

Tablo 4'te görüldüğü gibi, öğrencilerin matematik dersi başarı düzeyleri ile süsleme etkinliklerindeki geometrik düşünce düzeyleri karşılaştırıldığında; yüksek başarı düzeyine sahip öğrencilerin hemen hemen tamamının analitik düzeyde, orta başarı düzeyindeki öğrencilerin görsel ve analitik düzeyde eşit sayıda ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerin ise tamamına yakınının görsel düzeyde yer aldıkları görülmektedir. Bu durum, öğrencilerin matematik dersi başarı düzeyleri ile süsleme etkinliklerindeki van Hiele geometrik düşünce düzeyleri arasında bir ilişki olduğu biçiminde açıklanabilir. Buradan, öğrencilerin matematik dersindeki başarı düzeyleri arttıkça süsleme etkinliklerindeki van Hiele geometrik düşünce düzeylerinin de arttığı sonucu çıkarılabilir.

4. TARTIŞMA VE SONUÇ

Araştırmadan elde edilen bulgular doğrultusunda öğrencilerin tamamına yakını, süsleme etkinliklerinde yer alan geometrik şekillerin hemen hemen hepsini tanıyabilmiş ve adlandırabilmişlerdir. Bu bulgu Callingham (2004)'nın araştırmasındaki öğrencilerin süsleme etkinliklerindeki geometrik şekilleri tanımaları bulgusu ile paraleldir. Örüntü bloklarıyla süslemeleri oluşturmaları istendiğinde ise öğrencilerin tamamına yakını düzgün çokgenlerden oluşan yarı düzenli (2., 3. ve 4. süslemeler) ve düzenli (1. ve 6. süslemeler) süslemeleri oluşturmalarına rağmen, düzensiz bir süsleme olan süsleme 5'i oluşturmamış oldukları görülmüştür. Bunun nedeni ise, süsleme 5'in ağırlıklı olarak düzgün olmayan çokgenlerden oluşmuş olması ve öğrencilerin bu süslemede yer alan simetrik oluşumları görememiş olmaları ile açıklanabilir. Bu bulgu ise ilköğretim matematik dersi (1.-5. sınıflar) öğretim programında sadece düzenli ve yarı düzenli süslemelere yer verilmesinden dolayı şaşırtıcı bir sonuç değildir.

Öğrenciler süslemelerin oluşumunu açıklarken şekillere uyguladıkları dönüşümleri informal bir dil (yanına koydum, ters çevirdim, altına koydum) kullanarak ifade etmişlerdir. İlköğretim matematik dersi (1.-5. sınıflar) öğretim programında öteleme, döndürme, yansıma ve ötelemeli yansıma gibi teknik terimler yer almamasına karşın, iki öğrenci süslemeyi oluştururken döndürme teknik terimini kullanmışlardır. Bu durum, büyük olasılıkla öğrencilerin

döndürme teknik terimini bildiğinden değil, “döndürme”nin günlük hayatta kullanıyor olmasından kaynaklanmış olabilir.

Callingham (2004)’ın araştırmasında olduğu gibi öğrencilerin yarısından çoğu süslemelerde yer alan küp, kare prizma gibi geometrik cisimlerin düzlemsel şekillerini görebilmelerine karşın, süslemelerde yer alan geometrik şekilleri (üç eşkenar üçgenin yan yana gelerek birleşmesiyle oluşan yamuk gibi) tanımada zorlanmışlardır. Bu durum ise, ilköğretim matematik dersi (1.-5. sınıflar) öğretim programında öğrencilerin geometri ile ilgili deneyimlerinin geometrik şekiller yerine, geometrik cisimlerle başlaması, dolayısıyla öğrencilerin bu geometrik cisimlerin düzlemsel şekillerine daha fazla aşına olmaları ile açıklanabilir.

Sonuç olarak, bu çalışmada ilköğretim 5. sınıf öğrencilerinin süsleme konusundaki van Hiele geometrik düşünce düzeyleri incelenmiş, araştırma sonucunda öğrencilerin düzey olarak sadece görsel ve analitik düzeyde yer aldıkları, diğer düzeylere ulaşamadıkları görülmüştür. Öğrencilerin gelişim düzeyleri ele alındığında bu şartıcı bir sonuç değildir. Ayrıca, öğrencilerin matematik dersindeki akademik başarıları arttıkça süsleme etkinliklerinde yer alan geometrik şekilleri tanıma, betimleme, örüntü bloklarıyla süslemeyi oluşturma ve bu süreçte informal dil kullanmada daha iyi bir performans gösterdikleri gözlenmiştir. Buna bağlı olarak, öğrencilerin matematik dersindeki akademik başarıları ile süsleme etkinliklerindeki van Hiele geometrik düşünce düzeyleri arasında bir ilişki olduğu söylenebilir. Öğrencilerin matematik dersindeki başarı düzeyleri ile süsleme konusundaki van Hiele geometrik düşünce düzeyleri arasında ilişkili olması, bu iki faktörün birbirini etkileme yönünün olup olmadığı sorusunu beraberinde getirmektedir.

Bu araştırma sonucunda uygulamaya ve araştırmaya yönelik şu öneriler getirilebilir.

- Bu araştırma ilköğretim birinci basamak öğrencileri ile gerçekleştirilmiş olup, daha üst düzeydeki öğrencilerle de benzer araştırmalar yapılabilir.
- Öğretmenler matematik öğretimi sırasında geometrik şekillerle ilgili öğrencilerin deneyimlerini artırıcı farklı tip (düzenli, yarı düzenli, düzensiz) süsleme örnekleri sunmalıdır. Bunun için de öğretmen kılavuz kitaplarında ne tür süslemelerin düzenli, yarı düzenli ve düzensiz süsleme oldukları hakkında öğretmenlere bilgiler sunulmalıdır.
- Bu araştırma kapsamındaki öğrencilerin süsleme konusuna ilişkin bir yıllık deneyimlerinin olduğu dikkate alındığında, öğrencilerin süsleme etkinlikleriyle ilgili deneyimleri arttıkça süsleme konusundaki van Hiele geometrik düşünce düzeylerinin de artıp artmadığı araştırılabilir.

KAYNAKLAR

- Billstein, R., Libeskind, S. & Lott, J. W. (2004). *A problem solving approach to mathematics for elementary school teachers* (8th Ed.). New York: Addison-Wesley.
- Callingham, R.(2004). “Primary students’ understanding of tessellation: An initial exploration.” *Proceedings of the 28th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Vol: 2. Bergen, Norway*
- Clement, J. (2000). Analysis of clinical interview: Foundations and model viability. In A. E. Kelly&R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 547-589). London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Goldin,G. A. (2000). A scientific perspective on structured, task-based interviews in mathematics education research. In A. E. Kelly&R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 517-545). London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

- Goldin, G. A. (1998). Observing mathematical problem solving through task based interviews. In A. Teppo (Eds.), *Qualitative research methods in mathematics education* (pp. 40-62). NCTM.
- Furner, J. M., Goodman B. & Meeks, S. (2004). "Creating tessellations with pavement chalk". *Australian Mathematics Teacher*. 60(2) , 25-28.
- Johnson, C.D. & Kashef, A. E. (1996) "Tessellations in the technology education classroom", *The Technology Teacher*, 56(3), 3-7
- MEB. (2005). *İlköğretim Matematik Dersi (1-5. Sınıflar) Öğretim Programı*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basımevi.
- MEB. (2005). *İlköğretim Matematik Dersi (6-8. Sınıflar) Öğretim Programı*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basımevi.
- Miles M. & Huberman, M. (1994). *An expanded sourcebook qualitative data analysis* (2th Ed.). California: Sage Publications.
- Pumfrey, E. & Beardon, T. (2002). "Art and mathematics-mutual enrichment". *Micromath*. 18(2), 21-26.
- Van De Walle, J. A. (2004). *Elementary and middle school mathematics* (5th Ed.). America: Person Education.
- Van Hiele, P. M. (1986) *Structure and insight. A theory of mathematics education*. Orlando, Florida: Academic Press.
- Yıldırım, A.& Şimşek, H. (2004). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. (4. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.