Elementary Education Online, 2017; 16(3): 1201-1219
İlköğretim Online, 16(3), 1201-1219, 2017. [Online]: http://ilkogretim-online.org.tr
DOI: 10.17051/ilkonline.2017.330251

Modelleme Yeterlikleri ile Sınıf Düzeyi ve Matematik Başarısı Arasındaki İlişkinin İncelenmesi

Examination of the Relationship Between Modelling Competencies and Class Level and Mathematics Achievement

Ayşe Tekin Dede, Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi, ayse.tekin@deu.edu.tr

ÖZ. Çalışmanın amacı ortaokul öğrencilerinin modelleme yeterlikleri ile sınıf düzeyi ve matematik başarıları arasındaki ilişkileri ve öğrencilerin modelleme yaklaşımlarını incelemektir. Çalışmaya 5., 6., 7, ve 8. sınıfta eğitim gören toplam 311 öğrenci katılmıştır. Öğrencilerin modelleme yeterliklerini belirlemeyi amaçlayan sorulara verdiği yanıtlar bir rubrik aracılığıyla analiz edilirken söz konusu ilişkileri belirlemek için istatistiksel analizler gerçekleştirilmiştir. Sınıf seviyesi arttıkça doğrulama dışındaki tüm yeterlik düzeyleri artmış ve matematik dersi başarısı yüksek olan öğrencilerin modelleme yeterlik düzeyleri de yüksek çıkmıştır. Öğrencilerin verilen probleme uygun varsayımları seçerek gerçek modeller oluşturdukları görülmüştür. Farklı gösterim şekillerinden faydalanarak matematiksel modeller oluşturan öğrenciler matematiksel modelleri çözerken hatalar yapmışlardır. Gerçek yaşamlarında karşılaşabilecekleri bir durumu yorumlamaya çalışan öğrenciler, doğrulama yaparken varsayımları, matematiksel modelleri ve ulaşılan sonuçların anlamlılığını değerlendirmişlerdir.
Anahtar Sözcükler: Kısmi Yaklaşım, Matematik Başarısı, Modelleme Yeterliği, Sınıf Düzeyi

ABSTRACT. The purpose of the study is to investigate the relationship between the elementary school students' modelling competencies and their class level and mathematics achievements, and examine their modelling approaches. 311 students from 5th, 6th, 7th and 8th grades participated in the study. While the responses of the students to the questions aiming at determining the modelling competencies were analysed by means of a rubric, the statistical analyses were performed to examine the relationships. As the class level increased, all the competency levels except the validity of the solution increased, and the students with high mathematics achievement level had higher level of modelling competencies. It was seen that they constructed real models by choosing appropriate assumptions. The students who constructed mathematical models by taking advantage of different forms of representations made mistakes in solving the models. The students who tried to interpret a situation that they could encounter in their real life assessed the assumptions, the mathematical models and the obtained results while validating.
Keywords: Atomistic Approach, Mathematics Achievement, Modelling Competence, Class Level

SUMMARY

Purpose and Significance: Mathematical modelling is a process in which real life problems are brought into the mathematical world and solutions are developed, and the obtained mathematical solutions are returned to the real life context and validated and verified. The modelling competencies need to be improved in order for students to be successful in this process. Research suggests two different approaches as atomistic and holistic for the development of modelling competencies. While the majority of studies were holistic in the modelling process, the lack of studies carried out as preliminary an atomistic approach is noteworthy. In this context, the aim is to determine the relationships between the modelling competencies of middle school students and their class levels and mathematics achievements, and to examine the modelling approaches of the students.

Method: The participants of the study which was conducted using relational research design were the 311 middle school students. The data of the study were collected through five different questions aimed at evaluating modelling competencies with the atomistic approach. The students' solution approaches to the questions were evaluated with an analytical rubric. When performing statistical analysis of the research, Kendall's Tau b Correlation Analysis, Spearman Line Difference Correlation Analysis and Simple Linear Regression Analysis were used.

Results: There was a positive, weak and meaningful relationship between the levels of the modelling competencies except validating solution and class level. There was no significant relationship between the level of the competency to validate solution and the class level. In addition, there was a positive, moderate and significant relationship between the levels of the modelling competencies

Geliş tarihi: 30/11/2016,	Kabul tarihi: 12/04/2017,	Yayımlanma tarihi: 01/07/2017

except interpreting mathematical results and mathematics achievement. It was seen that there was a positive, weak and meaningful relationship between the level of the competency to interpret mathematical results in a real situation and mathematics achievement level.

Discussion and Conclusions: The students tried to choose probable assumptions from a given list and built real models based on these assumptions. They created mathematical models by taking advantage of different forms of representation for given two different real life situations. It was understood that they made mistakes and had difficulties in solving mathematical models. This is due to the fact that they tended to construct a mathematical model which was not suitable for a given problem by adapting the previously known schemes as explained in Blum's (2011) study. It was seen that the students were trying to interpret a situation which they could encounter in their real life and which contained numerical results. Moreover, they examined the assumptions, the validity of the mathematical models and the significance of the results obtained by solving the models in evaluating the solution. Although the biggest difficulty in the modelling process was the interpretation and validation (Blum, 2011, Bukova Güzel, 2011; Eraslan & Kant, 2015, Hıdıroğlu, Tekin Dede, Kula & Bukova Güzel, 2014; Maaß, 2006), it was understood that the students were able to demonstrate adequate approaches within the competencies. This was due to the fact that they were only focused on interpreting or validating with the atomistic approach.

GİRİŞ

Gerçek yaşamda karşılaşılabilecek problemlerin çözümüne ilişkin uygulama örneklerini içeren matematiksel modellemenin önemi son yıllarda gittikçe artmaktadır (Kaiser & Schwarz, 2006). Bu durumun ne büyük göstergelerinden biri, matematiksel modellemenin 1980'lerin sonlarından itibaren farklı ülkelerin öğretim programlarında yer almaya başlamasıdır. Ülkemizde ise ortaöğretim seviyesinde 2005, ortaokul seviyesinde ise 2012 yıllarından itibaren yer verilmeye başlanan matematiksel modelleme, benimsenen modelleme perspektiflerine göre araştırmacılar tarafından farklı farklı tanımlansa da her birinde gerçek yaşam ile matematik arasındaki geçişlerin vurgulandığı görülmektedir. Bu tanımlardan en geneli ele alınırsa, matematiksel modellemenin gerçek bir durumdan matematiksel bir modele ulaştıran model oluşturma süreci ya da uygulamalı bir problem çözme süreci (Blum, 1993) olarak tanımlandığı görülmektedir. Ayrıca matematiksel modelleme gerçek yaşamdaki bir problem durumunun matematiksel olarak ifade edilmesi ve matematiksel modeller yardımıyla bu durumun açıklanması süreci olarak da ifade edilebilmektedir (Blum & Niss, 1991). Öğretim açısından ele alındığında ise modellemeyi içeren öğretimde, okul dışındaki gerçek yaşam durumlarının matematik derslerinde kullanılabilir olduğunu göstermek önem taşımaktadır (Kaiser, Schwarz & Tiedemann, 2010; Lesh, Young & Fennewald, 2010). Matematik öğretiminin amaçlarından biri öğrencilerin modelleme yeterliklerini geliştirmek (Blum, 2011) olduğundan modelleme yeterlikleri kavramı modelleme çalışmalarında sıklıkla ele alınmaktadır.

Araştırmacıların modelleme yeterliklerini tanımlarken, modelleme sürecinin basamakları çerçevesinde tanımlamalar yaptıkları görülmektedir (Maaß, 2006). En temel anlamda modelleme yeterlikleri, uygun bir şekilde ve amaca yönelik olarak modelleme sürecinden geçme yetenek ve becerilerini içermekte bu süreçte bireylerin istekli olması gerektiği ifade edilmektedir (Maaß, 2006, s.117). Benzer şekilde Kaiser ve Maaß (2007) modelleme yeterliklerini gerçek yaşam problemlerini modelleyebilme becerileri olarak tanımlarken Maaß ve Gurlitt (2001) ise bu becerileri gerçekleştirirken modelleme sürecinde bağımsız olarak çalışmayı vurgulamaktadırlar. Modelleme yeterlikleri, verilen bir durumdaki ilgili soruları, değişkenleri, ilişkileri veya varsayımları açıklama, bunları matematiğe taşıma ve verilen duruma ilişkin elde edilen matematiksel problemin çözümlerini yorumlama ve doğrulama becerisi olarak da tanımlanmaktadır (Blum, Galbraith, Henn & Niss, 2007). Blum (2002) modelleme yeterliğini problemleri yapılandırma, matematikselleştirme, yorumlama ve çözme becerisi ve bunlara ek olarak matematiksel modellerle çalışma, modelleri doğrulama, bunları eleştirel bir şekilde analiz etme, modeller ile sonuçlarını değerlendirme, modellerle iletişimde olma, modelleme sürecini gözlemleme ve kendi kendine kontrol etme becerileri olarak tanımlamaktadır. Başka bir tanımda modelleme yeterliği, belirli bir bağlamda matematiksel modelleme sürecinin tüm basamaklarından bağımsızca ve anlayarak geçebilme olarak tanımlanmaktadır (Blomhøj & Hojgaard Jensen, 2003). Modelleme yeterliklerine ilişkin verilen tanımlamalar incelendiğinde, hepsinde modelleme sürecinden söz edildiği görülmektedir.

Modelleme yeterliklerini geliştirmek için modelleme uygulamalarının gerçekleştirilmesi önerilmektedir (Blomhøj & Kjeldsen, 2006). Bu uygulamalarda modelleme yeterliklerinin gelişimini sağlamak için iki yaklaşımdan söz edilmektedir (Blomhøj & Hojgaard Jensen, 2003). Bunlardan ilki bütüncül yaklaşımdır ve bir modelleme problemini çözmek için modelleme sürecinin tamamında çalışmayı gerektirmektedir. Bir başka deyimle öğrenciler modelleme problemini çözerken verilen gerçek yaşam durumu için uygun varsayımlarda bulunmalı, bu varsayımlara dayalı matematiksel modeller oluşturmalı ve bunları çözmeli, elde edilen sayısal sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlamalı ve tüm sürecin bir doğrulamasını yapmalıdırlar. Kısmi yaklaşımda ise öğrencilerin belirlenen amaca yönelik olarak modelleme sürecinin yalnızca belirli basamaklarında çalışmaları ön plana çıkmaktadır. Söz konusu yaklaşımı örneklersek, öğrencilerin yalnızca matematiksel model oluşturma, sonuçları yorumlama ya da hem yorumlama hem de doğrulama aşamalarında çalışmalarını gerektiren uygulamalar düşünülebilmektedir.

Literatürde söz konusu iki yaklaşıma ilişkin çalışmalar incelendiğinde, ilk çalışmaların Haines, Crouch ve Davis (2001) tarafından gerçekleştirildiği görülmektedir. Araştırmacılar üniversite öğrencilerinin modelleme yeterliklerini değerlendirmek için kısmi yaklaşıma göre hazırlanmış çoktan seçmeli bir test geliştirmişlerdir (Haines, Crouch & Davis, 2001). Kısmi modelleme yeterliklerini (i) matematiksel model oluşturmak için varsayımda bulunma, (ii) gerçek modelin amacını açığa çıkarma, (iii) problem durumunu formüle etme, (iv) değişkenleri, parametreleri ve sabitleri belirleme, (v) matematiksel terimleri formüle etme ve (vi) matematiksel model üzerine yansımalarda bulunma olarak ele almışlardır. Söz konusu araştırmacılardan sonra yapılan çalışmalar ise kısmi ve bütüncül yaklaşımı bir arada ele alan ve bu yaklaşımları karşılaştıran niteliktedirler. Blomhøj ve Hojgaard Jensen (2003) hem kısmi hem de bütüncül yaklaşımdan yararlanarak modelleme yeterliklerini geliştirmek amacıyla üniversite seviyesinde altı modelleme projesi yürütmüştür. Kısmi yaklaşım çerçevesinde alt yeterlikleri (i) matematikselleştirme, (ii) matematiksel analiz ve (iii) sonuçları yorumlama ve değerlendirme olarak ele almışlardır. Modelleme yeterliklerinin gelişiminde her iki yaklaşımın dengeli bir şekilde kullanılmasının önemli olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Grünewald (2012) bir proje çalışması kapsamında dokuzuncu sınıf öğrencilerinin modelleme yeterliklerinin gelişiminde bütüncül ve kısmi yaklaşımların etkililiğini araştırmıştır. Aynı proje kapsamında Brand (2014) de altıncı sınıf öğrencilerinin modelleme yeterliklerinin gelişiminde iki yaklaşımı karşılaştırmıştır. Grünewald (2012) kısmi yaklaşımla gerçekleştirilen modelleme uygulamalarının öğrencilerin modelleme yeterliklerini geliştirdiğini fakat bütüncül yaklaşımın öğrenciler için daha motive edici olduğunu belirtirken, Brand (2014) de her iki yaklaşımın da modelleme yeterliklerinin gelişimine katkı sağladığı sonucuna ulaşmıştır. Grünewald ve Brand'ın çalışmalarında öğrencilerin modelleme yeterliklerini değerlendirmek için Haines, Crouch ve Davis'in çalışmalarından hareketle çoktan seçmeli ve doğru yanlış formatında sorular içeren bir test geliştirilmiştir. Söz konusu testte modelleme yeterliklerini kısmi yaklaşım çerçevesinde her bir modelleme basamağına yönelik olarak değil birkaç modelleme basamağını içerecek biçimde (i) sadeleştirme-yapılandırma-matematikselleştirme, (ii) matematiksel olarak çalışma ve (iii) yorumlama-doğrulama yeterlikleri olarak ele almışlardır (Brand, 2014; Grünewald, 2012; Kaiser & Grünewald, 2015).

Modelleme alanındaki çalışmalar 1990'lardan itibaren ciddi bir artış gösterse de söz konusu iki yaklaşımı ele alan çalışmaların çok da fazla olmadığı dikkat çekmektedir. Özellikle ulusal alanda yapılan çalışmaların hemen hemen hepsi modellemeyi bütüncül olarak ele almakta ve farklı sınıf seviyesindeki öğrencilerin modelleme yaklaşımlarını modelleme sürecinin bütünü içerisinde incelemektedirler (Bukova Güzel, 2011; Eraslan & Kant, 2015; Hıdıroğlu, Tekin Dede, Kula & Bukova Güzel, 2014; Tekin Dede, 2016). Dolayısıyla bu çalışmada diğerlerinden farklı olarak öğrencilerin modelleme yeterlikleri kısmi yaklaşım çerçevesinde ele alınmaktadır. Kısmi yaklaşım çerçevesinde gerçekleştirilen uluslararası çalışmalarda ise modelleme yeterlikleri modelleme sürecinin basamakları çerçevesinde teker teker değil gruplandırılarak incelenmektedir (Blomhøj & Hojgaard Jensen, 2003; Brand, 2014; Grünewald, 2012; Haines, Crouch & Davis, 2001; Kaiser & Grünewald, 2015). Bu çalışmada öğrencilerin her bir modelleme yeterliği birbirinden bağımsız olarak ele alındığı için çalışmanın kuramsal temelini Blum ve Kaiser'in (1997) modelleme yeterlikleri çerçevesi oluşturmaktadır. Bu çerçeveye göre modelleme yeterlikleri gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma, gerçek modelden matematiksel model kurma, matematiksel model içerisinde matematiksel soruları çözme, matematiksel sonuçları gerçek bir durumda yorumlama ve çözümü doğrulama yeterlikleri olarak ifade edilmektedir (Maaß, 2006). Dolayısıyla bu çalışmayı benzerlerinden ayıran bir diğer husus ise, her bir modelleme yeterliğinin birbirinden bağımsız olarak teker teker ele alınmış olmasıdır.

Çalışmanın başlangıç noktası, öğretmen adayları ve öğretmenlerle gerçekleştirilen informal görüşmelerden elde edilen sınıf seviyesi ve matematik başarısı arttıkça öğrencilerin daha iyi modelleme yapacakları ya da daha zengin modelleme yaklaşımları sergileyebilecekleri düşüncesine sahip olmalarıdır. Her ne kadar modellemenin soyut işlemler döneminde daha çok ortaya çıkacağına inanıldığından 5. sınıftan 8. Sınıfa doğru öğrencilerin soyut düşünme becerileri gelişim gösterdikçe daha iyi modelleme yapabilecekleri düşünülse de, sınıf seviyesi ile modelleme ilişkisini ortaya koyan çalışmaların olmadığı görülmektedir. Dolayısıyla bu düşüncenin geçerliğini ortaya çıkarmak amacıyla bu çalışmanın gerçekleştirilmesine karar verilmiştir. Bu doğrultuda çalışmanın amacı ortaokul öğrencilerinin modelleme yeterlikleri ile sınıf düzeyleri ve matematik dersi başarıları arasında anlamlı bir ilişki olup olmadığını belirlemek ve öğrencilerin modelleme yaklaşımlarını incelemektir. Bu bağlamda çalışmada aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır:

1. Gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma, gerçek modelden matematiksel model kurma, matematiksel model içerisinde matematiksel soruları çözme, matematiksel sonuçları gerçek bir durumda yorumlama ve çözümü doğrulama yeterlikleri ile öğrencilerin sınıf düzeyi ve matematik dersi başarısı arasında anlamlı ilişki var mıdır? Sınıf seviyesi ve matematik dersi başarısı söz konusu modelleme yeterliklerini yordamakta mıdır?

2. Kısmi yaklaşım ile hazırlanmış modelleme etkinlikleri üzerinde çalışan öğrenciler hangi yaklaşımları sergilemektedirler?

YÖNTEM

Araştırma Deseni

Ortaokul öğrencilerinin modelleme yeterlikleri ile sınıf düzeyleri ve matematik dersi başarıları arasındaki ilişkinin belirlenmesi amaçlandığından araştırmada ilişkisel araştırma deseninden yararlanılmıştır. İlişkisel araştırma, iki ya da daha çok değişken arasındaki ilişkinin herhangi bir şekilde bu değişkenlere müdahale edilmeden incelendiği nicel araştırmalardır (Neuman, 2006). Bunun yanında çalışmada nicel verileri desteklemek amacıyla, öğrencilerin modelleme yeterliklerini açığa çıkartan modelleme yaklaşımlarına ayrıca yer verilerek araştırmaya nitel bir boyut da kazandırılmıştır.

Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu 2015-2016 öğretim yılının ikinci döneminde İzmir ilinin bir ilçesindeki üç devlet ortaokulunda öğrenim gören 5., 6., 7. ve 8. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Araştırmada "zaman, para ve işgücü açısından var olan sınırlılıklar nedeniyle örneklemin kolay ulaşılabilir ve uygulama yapılabilir birimlerden seçilmesi" (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz & Demirel, 2010) olarak tanımlanan uygun örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Örneklem grubunun demografik özellikleri Tablo 1'de verilmektedir.

Tablo 1. *Örneklem Grubunun Demografik Özellikleri*

			Sınıf				Toplam
			5	6	7	8	
Cinsiyet	**Kız**	n	45	45	42	33	165
		%	27,3%	27,3%	25,5%	20,0%	100,1%
	Erkek	n	44	44	36	22	146
		%	30,1%	30,1%	24,7%	15,1%	100,0%
Toplam		n	89	89	78	55	311
		%	28,6%	28,6%	25,1%	17,7%	100,0%

Her ne kadar modelleme çalışmalarında öğrencilerin birlikte çalışmaları önerilse de, araştırmanın amacı kapsamında öğrencilerin sınıf düzeyi ve matematik dersi başarıları ile modelleme yeterlikleri arasındaki ilişkilerin ortaya çıkarılabilmesi için, öğrenciler verilen sorular üzerinde bireysel olarak çalışmışlardır.

Verilerin Toplanması

Araştırmanın verileri araştırmacı tarafından geliştirilen ve her bir modelleme yeterliğini değerlendirmeyi amaçlayan sorulara öğrencilerin verdikleri yanıtlar ile öğrencilerin birinci döneme ait matematik dersi not ortalamalarından derlenmiştir.

Araştırmada modelleme yeterliklerini kısmi olarak belirlemek amacıyla beş soru kullanılmıştır. Söz konusu soruların bir kısmı araştırmacı tarafından geliştirilirken bir kısmı da literatürdeki modelleme problemleri ve problem durumları arasından seçilerek öğrencilere uygun hale getirilmiştir. Soruların araştırmacı tarafından geliştirilmesi ya da literatürdekilerin revize edilmesinin nedeni, öğrencilerin sosyo-kültürel özelliklerine uygun bir içerik oluşturma çabasıdır. Ayrıca soruların öğrenci seviyesine uygun olmasına dikkat edilmiş, beşinci sınıftan sekizinci sınıfa her öğrencinin çözebileceği bir başka deyimle öğrenmiş oldukları matematiksel konuları ve kavramları kapsayan problemleri içermesi göz önünde bulundurulmuştur. Böylece bilgi eksikliğinden kaynaklanacak yanlış veya eksik çözümlerin önüne geçilmeye çalışılmıştır. Sorular hazırlandıktan sonra modelleme alanında uzman bir araştırmacıdan, her bir sorunun ilgili modelleme yeterliğini belirlemeye uygun olup olmadığına ilişkin görüş alınmıştır. Ardından iki farklı ortaokul matematik öğretmeninden, soruların öğrencilerin seviyelerine uygun olup olmadığına ve öğrencilerin gerçek yaşamlarında anlamlandırabilecekleri durumları içerip içermediğine ilişkin görüşler de alınmıştır. Akademisyen ve öğretmen görüşleri alındıktan sonra soruların pilot uygulaması gerçekleştirilmiştir. Pilot uygulamadan elde edilen verilerin analizinden sonra sorulardan birinin (beşinci soru) tamamen değiştirilmesine, birinin (üçüncü soru) sayısal verilerinin yeniden düzenlenmesine ve diğerlerinin aynı şekilde bırakılmasına karar verilmiştir. Üçüncü soruda verilen sayısal değerlerle yapılan hesaplamaların tam sayılarda çözümünün bulunmaması sebebiyle beşinci ve altıncı sınıfların zorlandıkları görülmüştür. Bu sebeple üçüncü soru tam sayılar kümesinde çalışılmasını sağlayacak biçimde yeniden düzenlenmiştir. Beşinci soruda verilen çözümün doğrulama yeterliğini belirlemeye uygun olmadığı ve öğrencilerin bu soruyu anlamlandırmada sıkıntı yaşadıkları görülmüştür. Bu bağlamda sorunun içeriği tamamen değiştirilmiştir. Uygulamanın gerçekleştirileceği şehrin tarihi yapısına uygun ve öğrencilerin birçoğunun deneyiminin olduğu bir gerçek yaşam bağlamı seçilmiştir. Bunun yanında soruyla birlikte verilen olası çözümün adım adım sunulması sayesinde öğrencilerin çözümü doğrulayabilecekleri düşünülmüştür. Farklı bir modelleme alanı uzmanından ve uygulamanın gerçekleştirileceği okulların matematik öğretmenlerinden görüşler alınarak, soruların son halleri verilmiştir (bkz Ek 1).

İlk soru gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma yeterliğini değerlendirmektedir. Bu yeterlik öğrencilerin problem durumuna uygun ve gerçek yaşam deneyimlerine dayalı olarak varsayımlar oluşturmalarını gerektirmektedir. Fakat öğrencilerin modelleme deneyimine sahip olmamaları ve dolayısıyla varsayım fikrine rutin matematik derslerinden aşina olmamaları sebebiyle kendi varsayımlarını oluşturmada sıkıntı yaşayacakları düşünülmüştür. Dolayısıyla verilen gerçek yaşam durumu için kullanılabilecek olası varsayımları içeren bir liste verilmiş ve öğrencilerden bu listeden uygun varsayımları seçmeleri istenmiştir. Ayrıca listeden rastgele seçim yapmalarının önüne geçmek ve seçtikleri varsayımları gerçekten kullanıp kullanmadıklarını belirlemek amacıyla durumun doğruluğunu kanıtlamaları istenmiştir. İkinci soru gerçek modelden matematiksel model kurma yeterliğini değerlendirmek amacıyla bir gerçek yaşam durumunu çözüme ulaştırılacak matematiksel modeller oluşturulmasını gerektirmektedir. Bu soruda iki farklı durum için oluşturulan matematiksel modellerin karşılaştırılarak, öğrencilerin kendi belirleyecekleri durumlar bağlamında (ESHOT'un ücreti, çevresel faktörler, vb.) en mantıklı seçenekte karar kılmaları hedeflenmiştir. Üçüncü soruda öğrencilerin derslerinde çözdükleri problemler ile aynı yapıda bir rutin problem ile matematiksel model içerisinde matematiksel soruları çözme yeterliği değerlendirilmiş ve verilen duruma uygun matematiksel modeli oluşturup çözmeleri amaçlanmıştır. Dördüncü soruda matematiksel sonuçları gerçek bir durumda yorumlama yeterliğini değerlendirmek amacıyla öğrencilere bir gerçek yaşam durumu verilmiştir. Öğrencilerden kendilerini Demir'in yerine koyarak, tabeladaki sayıları gerçek yaşam bağlamında yorumlamaları ve Demir'in haklı olup olmadığını ortaya çıkarmaları amaçlanmıştır. Son soruda ise çözümü doğrulama yeterliğinin değerlendirilmesi amaçlanmış ve bir modelleme problemi için geliştirilen olası bir çözüm öğrencilere sunulmuştur. Pilot uygulamada öğrencilerin yalnızca verilen olası çözümdeki işlem hatalarını kontrol etmeleri ve literatürdeki çalışmalarda doğrulamanın yalnızca işlem hatalarının kontrol edilmesi olarak ele alındığına ilişkin bir yanılgının olması sebebiyle, verilen olası çözümün ayrıntılı bir şekilde çözümün tüm basamaklarını içermesine dikkat edilmiştir. Aşama aşama öğrencilerin varsayımları, oluşturulan modelleri ve modellerin çözümünü doğrulamaları amaçlanmıştır.

Öğrencilere soruların çözümünü gerçekleştirmeleri için toplam bir ders saati (40 dk) süre verilmiştir. Modelleme çalışmalarında araştırmacılar süre kısıtlaması olmaksızın öğrencilerin verilen modelleme problemi üzerinde çalışmalarını önerseler de, bu araştırmadaki soruların bütüncül bir yapıda olmaması ve her bir yeterliği değerlendirmeye yönelik olması sebebiyle süre kısıtlaması gerçekleştirilmiştir. Zaten gerçekleştirilen pilot çalışma ile de verilen sürenin yeterli olduğu görülmüştür. Öğrenciler soruları çözerlerken matematik öğretmenleri sınıfta bulunmuştur. Öğretmenler soruları kendilerinden yardım almadan çözmeye çalışmaları ve ne düşündüklerini ayrıntılı bir şekilde yazmaları konusunda öğrencilere açıklamalarda bulunmuşlardır. Bunun yanında ders süresince öğrencilerin arasında dolaşarak soruları boş bırakmamaları konusunda uyarılarda bulunmuşlardır.

Verilerin Analizi

Araştırmada istatistiksel analizlere geçmeden önce modelleme sorularının çözümleri puanlanmıştır. Çözümler incelenirken, yanlış ya da anlamsız yanıtlar 0 puan, mantıklı fakat yetersiz yanıtlar 1 puan ve doğru yanıtlar da 2 puan ile değerlendirilecek biçimde bir rubrik geliştirilmiştir. Söz konusu rubrik geliştirilirken modelleme alanında uzman bir araştırmacının görüşleri alınarak her bir yeterliğe ilişkin düzey tanımlamaları Tablo 2'deki gibi düzenlenmiştir.

Tablo 2. *Modelleme Sorularını Değerlendirme Rubriği*

	0 puan	1 puan	2 puan
1. Soru	• Boş bırakma. • Probleme uygun olmayan varsayımları seçme. • Liste dışından uygun olmayan varsayımlar yazma	• Probleme uygun olan varsayımların bir kısmını seçme.	• Probleme uygun olan varsayımların tümünü seçme.
2. Soru	• Boş bırakma.	•Eksik modeller oluşturma.	•Doğru modeller oluşturma.

	• Yanlış modeller oluşturma.		
3. Soru	• Boş bırakma. • Yanlış çözüm yapma.	•Eksik çözüm yapma.	•Doğru çözüm yapma.
4. Soru	• Boş bırakma. • “Haklıdır.” diyerek açıklama yapmama veya yanlış açıklama yapma. • “Haklı değildir.” diyerek yanlış açıklama yapma.	•Bir ölçüde mantıklı açıklama yapma.	• “Haklı değildir.” diyerek mantıklı açıklama yapma. • Yalnızca İzmir’e 25 km ve Aydın’a 43 km kaldığını ifade etme.
5. Soru	•Boş bırakma. •Yanlış açıklama yapma.	•Yalnızca bazı aşamaları doğrulama, yeterli açıklamalarda bulunmama.	•Tüm basamakların doğrulamasını yapma, yeterli açıklamalarda bulunma.

Veri analizinin güvenirliğini sağlamak amacıyla, araştırmacı ve başka bir alan uzmanı beşinci, altıncı, yedinci ve sekizinci sınıflardan seçilen rastgele on öğrencinin kağıtlarını birbirinden bağımsız olarak değerlendirmişlerdir. Daha sonra bir araya gelerek Miles ve Huberman’ın (1994) uyum yüzdesine bağlı olarak değerlendirmelerini karşılaştırmışlardır. Uyuşulan değerlendirme sayısının toplam değerlendirme sayısına oranı hesaplanmış ve sırasıyla birinci problem için %100, ikinci problem için %90, üçüncü problem için %100, dördüncü problem için %85 ve beşinci problem için %80 uyum yüzdelerine ulaşılmıştır. Oranların %70’in üzerinde olması nedeniyle veri analizinin güvenirliği sağlanmıştır.

Verilerin istatistiksel analizinde SPSS 15.0 paket programından yararlanılmıştır. Öğrencilerin sınıf seviyeleri ile modelleme yeterlikleri değişkenleri sıralı değişken olması nedeniyle sınıf seviyesi ve modelleme yeterlikleri arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarmak için Kendall’ın Tau b Korelasyon Analizi kullanılmıştır. Öğrencilerin matematik dersi not ortalamaları sürekli, modelleme yeterlikleri de sıralı değişken olduğu için aralarındaki ilişkiyi ortaya çıkarmak amacıyla Spearman Sıra Farkları Korelasyon Analizi kullanılmıştır. Ardından sınıf düzeyi ve matematik dersi başarısının modelleme yeterliklerini yordama durumlarını belirlemek amacıyla Basit Doğrusal Regresyon Analizi yapılmıştır.

BULGULAR

Bulgular sunulurken öncelikle istatistiksel analizlerden elde edilen bulgular ardından öğrencilerin modelleme yaklaşımlarını içeren bulgular sunulmuştur.

Öğrencilerin Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri ile Sınıf Düzeyi ve Matematik Dersi Notu Arasındaki İlişkiye Yönelik Bulgular

Burada ilk olarak öğrencilerin modelleme yeterliklerinin düzeyleri ile sınıf düzeyleri arasındaki ilişkiye yönelik bulgulara yer verilmiştir. Öğrencilerin modelleme yeterlikleri düzeyleri ile sınıf düzeyleri arasındaki ilişkiyi belirlemek amacıyla yapılan Kendall’ın Tau b korelasyon analizi sonucu Tablo 3’te verilmiştir.

Tablo 3. *Öğrencilerin Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri ile Sınıf Düzeyleri Arasındaki İlişki*

Modelleme Yeterlikleri	N	τ_b	ρ	İlişki Düzeyi
Gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma yeterliği	311	.186	.000	Zayıf İlişki
Gerçek modelden matematiksel model kurma yeterliği	311	.157	.000	Zayıf İlişki
Matematiksel model içerisinde matematiksel soruları çözme yeterliği	311	.166	.001	Zayıf İlişki
Matematiksel sonuçları gerçek bir durumda yorumlama yeterliği	311	.224	.000	Zayıf İlişki
Çözümü doğrulama yeterliği	311	.073	.148	İlişki yok

Tablo 3'e göre istatistiksel açıdan .01 manidarlık düzeyinde gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma yeterliği düzeyi ile sınıf düzeyi arasında pozitif yönde, zayıf ve anlamlı bir ilişki (τ_b=.186, ρ<.01), gerçek modelden matematiksel model kurma yeterliği düzeyi ile sınıf düzeyi arasında pozitif yönde, zayıf ve anlamlı bir ilişki (τ_b=.157, ρ<.01), matematiksel model içerisinde matematiksel soruları çözme yeterliği düzeyi ile sınıf düzeyi arasında pozitif yönde, zayıf ve anlamlı bir ilişki (τ_b=.166, ρ<.01) ve matematiksel sonuçları gerçek bir durumda yorumlama yeterliği düzeyi ile sınıf düzeyi arasında pozitif yönde, zayıf ve anlamlı bir ilişki (τ_b=.224, ρ<.01) olduğu belirlenmiştir. Çözümü doğrulama yeterliği düzeyi ile sınıf düzeyi arasında anlamlı bir ilişki saptanmamıştır. Bir başka deyişle öğrencilerin sınıf düzeylerinin, gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma yeterliği düzeyindeki değişimi .034 ($\tau_b{}^2$=.186^2≈.034) düzeyinde, gerçek modelden matematiksel model kurma yeterliği düzeyindeki değişimi .024 ($\tau_b{}^2$=.157^2≈.024) düzeyinde, matematiksel model içerisinde matematiksel soruları çözme yeterliği düzeyindeki değişimi .027 ($\tau_b{}^2$=.166^2≈.027) düzeyinde ve matematiksel sonuçları gerçek bir durumda yorumlama yeterliğindeki değişimi ise 0,050 ($\tau_b{}^2$=.224^2≈.050) düzeyinde açıklayabildiği görülmüştür.

Sınıf düzeyinin modelleme yeterlikleri düzeyini anlamlı olarak yordayıp yordamadığını belirlemek amacıyla yapılan Basit Doğrusal Regresyon Analizi sonuçlarına Tablo 4'te yer verilmiştir.

Tablo 4. *Sınıf Düzeyinin Modelleme Yeterlik Düzeylerini Yordama Durumu*

Modelleme Yeterlikleri	B	ShB	β	Sabit	t	p
Gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma yeterliği	.170	.042	.226	-.420	4.081	.000
Gerçek modelden matematiksel model kurma yeterliği	.144	.041	.194	-.420	3.485	.001
Matematiksel model içerisinde matematiksel soruları çözme yeterliği	.168	.046	.202	-.137	3.618	.000
Matematiksel sonuçları gerçek bir durumda yorumlama yeterliği	.173	.035	.268	-.792	4.898	.000
Çözümü doğrulama yeterliği	.046	.032	.083	.078	1.459	.146

Yukarıda Tablo 4'te görüldüğü üzere sınıf düzeyi gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma ($F_{(1\text{-}309)}$=16.658, p<.05), gerçek modelden matematiksel model kurma ($F_{(1\text{-}309)}$=12.145, p<.05), matematiksel model içerisinde matematiksel soruları çözme ($F_{(1\text{-}309)}$=13.093, p<.05) ve matematiksel sonuçları gerçek bir durumda yorumlama ($F_{(1\text{-}309)}$=23.988, p<.05) yeterliklerinin düzeyleri için anlamlı bir yordayıcı olmuştur. Sınıf düzeyi gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma yeterliği düzeyindeki değişimin %5'ini (R=.226, R^2=.051), gerçek modelden matematiksel model kurma yeterliği düzeyindeki değişimin %3'ünü (R=.194, R^2=.038), matematiksel model içerisinde matematiksel soruları çözme yeterliği düzeyindeki değişimin %4'ünü (R=.202, R^2=.041) ve matematiksel sonuçları gerçek bir durumda yorumlama yeterliği düzeyindeki değişimin %7'sini (R=.268, R^2=.072) açıklamaktadır. Bununla birlikte sınıf düzeyinin çözümü doğrulama yeterliği düzeyini yordamadığı (p>.05) belirlenmiştir.

Öğrencilerin modelleme yeterliklerinin düzeyleri ile matematik dersi not ortalamaları arasındaki ilişkiye yönelik bulgular ise şu şekilde verilebilir. Öğrencilerin modelleme yeterliklerinin düzeyleri ile matematik dersi not ortalamaları arasındaki ilişkiyi belirlemek amacıyla yapılan Spearman sıra farkları korelasyon analizi sonucu Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5. Öğrencilerin Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri ile Matematik Dersi Not Ortalamaları Arasındaki İlişki

Modelleme Yeterlikleri	N	r	ρ	İlişki Düzeyi
Gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma yeterliği	311	.352	.000	Orta Düzeyde İlişki
Gerçek modelden matematiksel model kurma yeterliği	311	.317	.000	Orta Düzeyde İlişki
Matematiksel model içerisinde matematiksel soruları çözme yeterliği	311	.498	.000	Orta Düzeyde İlişki
Matematiksel sonuçları gerçek bir durumda yorumlama yeterliği	311	.248	.000	Zayıf İlişki
Çözümü doğrulama yeterliği	311	.330	.000	Orta Düzeyde İlişki

Tablo 5'e göre istatistiksel açıdan .01 manidarlık düzeyinde gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma yeterliği düzeyi ile matematik dersi not ortalaması arasında pozitif yönde, orta düzeyde ve anlamlı bir ilişki (r=.352, ρ<.01), gerçek modelden matematiksel model kurma yeterliği düzeyi ile matematik dersi not ortalaması arasında pozitif yönde, orta düzeyde ve anlamlı bir ilişki (r=.317, ρ<.01), matematiksel model içerisinde matematiksel soruları çözme yeterliği düzeyi ile matematik dersi not ortalaması arasında pozitif yönde, orta düzeyde ve anlamlı bir ilişki (r=.498, ρ<.01), matematiksel sonuçları gerçek bir durumda yorumlama yeterliği düzeyi ile matematik dersi not ortalaması arasında pozitif yönde, zayıf ve anlamlı bir ilişki (r=.248, ρ<.01) ve çözümü doğrulama yeterliği düzeyi ile matematik dersi not ortalaması arasında ise pozitif yönde, orta düzeyde ve anlamlı bir ilişki (r=.330, ρ<.01) olduğu saptanmıştır. Bir başka deyişle öğrencilerin matematik dersi not ortalamalarının gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma yeterliği düzeyindeki değişimi .124 (r^2=.352^2≈.124) düzeyinde, gerçek modelden matematiksel model kurma yeterliği düzeyindeki değişimi .100 (r^2=.317^2≈.100) düzeyinde, matematiksel model içerisinde matematiksel soruları çözme yeterliği düzeyindeki değişimi .248 (r^2=.498^2≈.248) düzeyinde, matematiksel sonuçları gerçek bir durumda yorumlama yeterliğindeki değişimi .062 (r^2=.248^2≈.062) düzeyinde ve çözümü doğrulama yeterliğindeki değişimi ise .109 (r^2=.330^2≈.109) düzeyinde açıklayabildiği görülmüştür.

Matematik dersi not ortalamasının modelleme yeterlikleri düzeyini anlamlı olarak yordayıp yordamadığını belirlemek amacıyla yapılan Basit Doğrusal Regresyon Analizi sonuçlarına Tablo 6'da yer verilmiştir.

Tablo 6. Matematik Dersi Not Ortalamasının Modelleme Yeterlik Düzeylerini Yordama Durumu

Modelleme Yeterlikleri	B	ShB	β	Sabit	t	p
Gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma yeterliği	.014	.002	.364	-.325	6.868	.000
Gerçek modelden matematiksel model kurma yeterliği	.012	.002	.324	-.367	6.015	.000
Matematiksel model içerisinde matematiksel soruları çözme yeterliği	.021	.002	.495	-.550	10.012	.000
Matematiksel sonuçları gerçek bir durumda yorumlama yeterliği	.008	.002	.226	-.221	4.076	.000
Çözümü doğrulama yeterliği	.010	.002	.343	-.314	6.418	.000

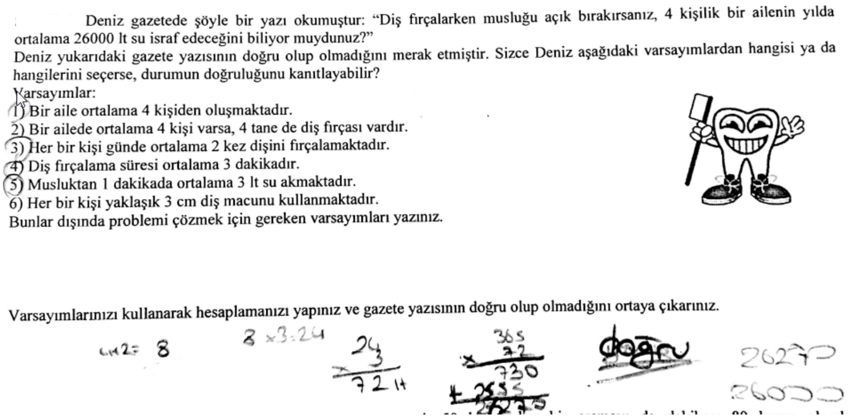
Tablo 6'ya göre matematik dersi not ortalaması gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma ($F_{(1-309)}$=47.176, p<.05), gerçek modelden matematiksel model kurma ($F_{(1-309)}$=36.182, p<.05), matematiksel model içerisinde matematiksel soruları çözme ($F_{(1-309)}$=100.244, p<.05), matematiksel sonuçları gerçek bir durumda yorumlama ($F_{(1-309)}$=16.618, p<.05) ve çözümü doğrulama ($F_{(1-309)}$=41.196, p<.05) yeterliklerinin düzeyleri için anlamlı bir yordayıcı olmuştur. Matematik dersi not ortalaması gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma yeterliği düzeyindeki değişimin %13'ünü (R=.364, R^2=.132), gerçek modelden matematiksel model kurma yeterliği düzeyindeki değişimin %10'unu (R=.324, R^2=.105), matematiksel model içerisinde matematiksel soruları çözme yeterliği düzeyindeki değişimin %24'ünü (R=.495, R^2=.245), matematiksel sonuçları gerçek bir durumda yorumlama yeterliği düzeyindeki değişimin %5'ini (R=.226, R^2=.051) ve çözümü doğrulama yeterliği düzeyindeki değişimin %11'ini (R=.343, R^2=.118) açıklamaktadır.

Öğrencilerin Modelleme Yaklaşımlarına İlişkin Bulgular

Bu bölümde farklı sınıf seviyesi ve farklı matematik dersi not ortalamasına sahip olan öğrencilerin kısmi modelleme yeterliklerine ilişkin örnekler sunulmuştur. Söz konusu örnekler sunulurken farklı sınıf seviyesinden ve farklı matematik dersi not ortalamasına sahip olan öğrencilerin modelleme yaklaşımları, aldıkları puanlar doğrultusunda ele alınmıştır.

Öğrencilerin Gerçek Problemi Anlama ve Gerçekliğe Dayalı bir Model Kurma Yeterliğine İlişkin Yaklaşımları

İlk problemden 0 puan alan öğrenciler problemin çözümü için gereksiz görülen varsayımları seçerlerken, 1 puan alanlar ise gerekli olan varsayımların yalnızca bir kısmını seçerek problemi çözmeye çalışan öğrenciler olmuşlardır. Problemi çözmek için gereken varsayımları doğru bir şekilde seçerek problemin çözümünü gerçekleştirmiş ve gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma yeterliğinin düzeyi 2 olarak belirlenmiş bir çözüm örneği ise aşağıda verilmiştir.


Deniz gazetede şöyle bir yazı okumuştur: "Diş fırçalarken musluğu açık bırakırsanız, 4 kişilik bir ailenin yılda ortalama 26000 lt su israf edeceğini biliyor muydunuz?"
Deniz yukarıdaki gazete yazısının doğru olup olmadığını merak etmiştir. Sizce Deniz aşağıdaki varsayımlardan hangisi ya da hangilerini seçerse, durumun doğruluğunu kanıtlayabilir?

Varsayımlar:
1) Bir aile ortalama 4 kişiden oluşmaktadır.
2) Bir ailede ortalama 4 kişi varsa, 4 tane de diş fırçası vardır.
3) Her bir kişi günde ortalama 2 kez dişini fırçalamaktadır.
4) Diş fırçalama süresi ortalama 3 dakikadır.
5) Musluktan 1 dakikada ortalama 3 lt su akmaktadır.
6) Her bir kişi yaklaşık 3 cm diş macunu kullanmaktadır.

Bunlar dışında problemi çözmek için gereken varsayımları yazınız.

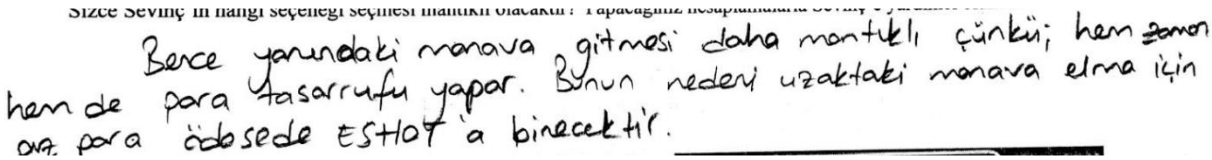
Varsayımlarınızı kullanarak hesaplamanızı yapınız ve gazete yazısının doğru olup olmadığını ortaya çıkarınız.

4×2= 8   8×3=24   24 × 3 = 72   365 × 72 = 730 + 2555 = 26275   doğru   26270   26000

5. Sınıf Öğrencisi, Matematik Dersi Notu: 98

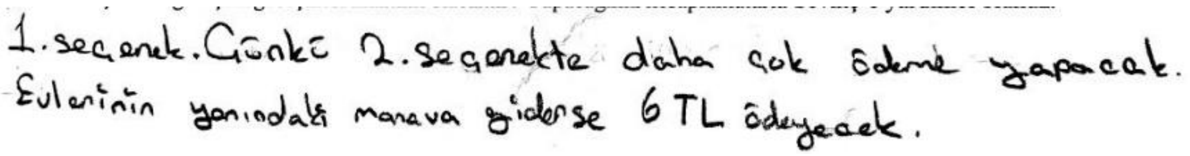
Öğrencilerin Gerçek Modelden Matematiksel Model Kurma Yeterliğine İlişkin Yaklaşımları

Öğrencilerin oluşturdukları matematiksel modeller incelendiğinde, 0 puan alanların yanlış modeller oluşturdukları ya da modeller oluşturmadan sadece gerçek yaşam durumunu yorumlayarak bir sonuca ulaşmaya çalıştıkları görülmüştür. Matematiksel model oluşturmadan sadece gerçek yaşam bağlamında yorum yaparak uygun seçeneği seçen bir öğrencinin çözüm örneği aşağıda verilmiştir.


Bence yanındaki manava gitmesi daha mantıklı çünkü; hem zaman hem de para tasarrufu yapar. Bunun nedeni uzaktaki manava elma için ara para ödese de ESHOT'a binecektir.

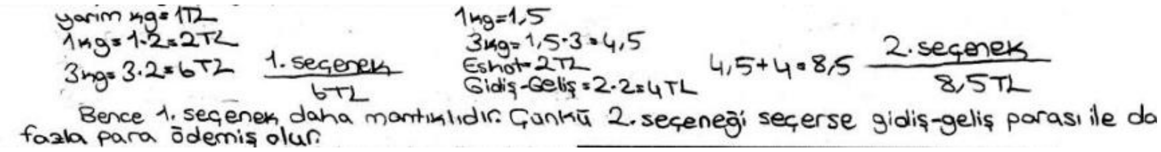
8. Sınıf Öğrencisi, Matematik Dersi Notu: 100

1 puan alan öğrencilerin modellerindeki eksiklikler pazara gidilmesi durumunda yol parasının hesaba katılmamasından kaynaklanmıştır. Aşağıda bu durum için bir örnek verilmiştir.

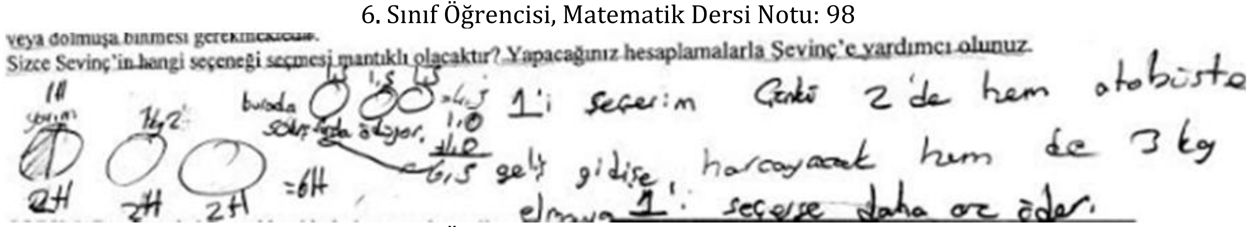


6. Sınıf Öğrencisi, Matematik Dersi Notu: 65,33

2 puan alan öğrenciler ise varsayımlarına dayalı olarak yol parasını hesaba katmışlar ve doğru matematiksel modeller oluşturmuşlardır. Öğrenciler matematiksel modelleri oluştururken hem cebirsel hem de şekilsel gösterimlerden yararlanmışlardır. Söz konusu iki farklı gösterim türünü içeren çözüm örnekleri aşağıda verilmiştir.

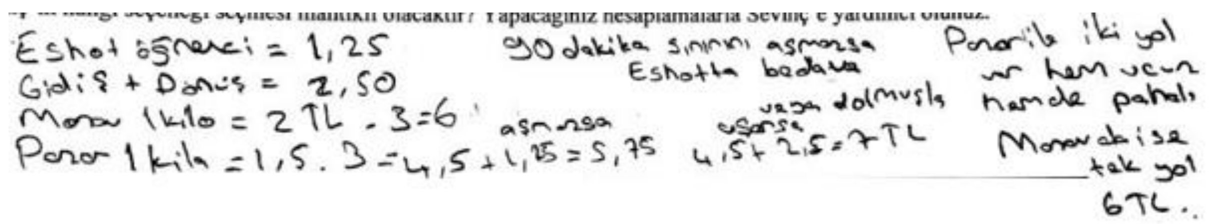


6. Sınıf Öğrencisi, Matematik Dersi Notu: 98



5. Sınıf Öğrencisi, Matematik Dersi Notu: 94

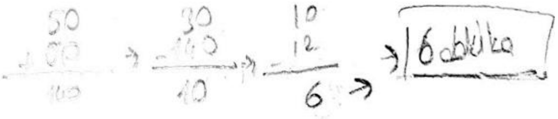
Bunun yanında bir öğrenci problemdeki iki farklı taşıt seçeneğini göz önünde bulundurarak, hem ESHOT hem de dolmuş için matematiksel model oluşturmuş ve söz konusu matematiksel modellerin çözümlerini karşılaştırarak aşağıdaki gibi bir sonuca ulaşmıştır.



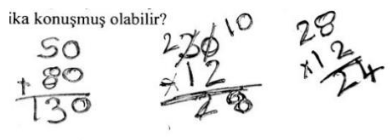
7. Sınıf Öğrencisi, Matematik Dersi Notu: 94,17

Öğrencilerin Matematiksel Model İçerisinde Matematiksel Soruları Çözme Yeterliğine İlişkin Yaklaşımları

Söz konusu problem öğrencilerin matematik derslerinde sıklıkla karşılaştıkları kapalı uçlu bir problem olmasına rağmen, çoğunluğunun problemi yanlış çözmesi şaşırtıcı bir sonuç olmuştur. 0 puan ile değerlendirilen öğrenci çözümleri çoğunlukla problemde verilen sayısal değerlerin bilinçsizce dört işleme tabi tutulduğu durumları içermiş ve bu durumlardan ikisine aşağıda yer verilmiştir.

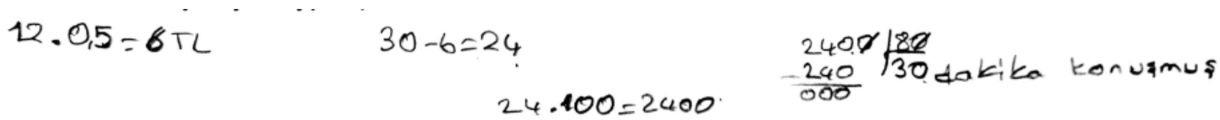


8. Sınıf Öğrencisi, Matematik Dersi Notu: 73,86

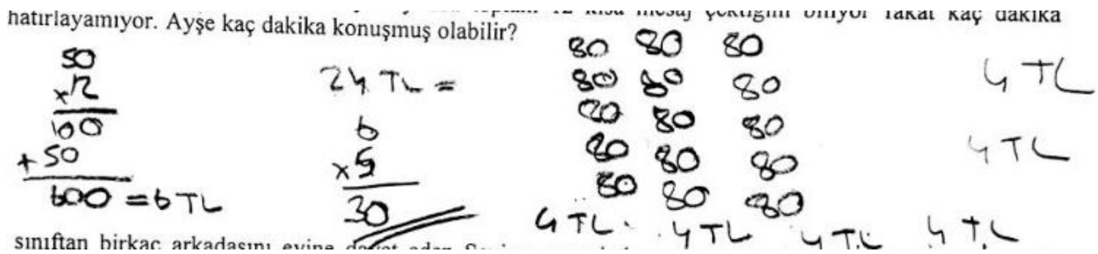


5. Sınıf Öğrencisi, Matematik Dersi Notu: 55,5

1 puan ile değerlendirilen çözümlerde öğrenciler genellikle eksik matematiksel modelleri çözmeye çalışmışlar bir başka deyişle problemin çözümünü gerçekleştirememişlerdir. Bunun yanında 2 puan ile değerlendirilen çözümlerde öğrencilerin ya dört işlemi kullanarak ya da yine dört işlemden faydalanıp teker teker dakikaları yazarak modelleri çözdükleri görülmüştür. Söz konusu farklı stratejilere aşağıda yer verilmiştir.



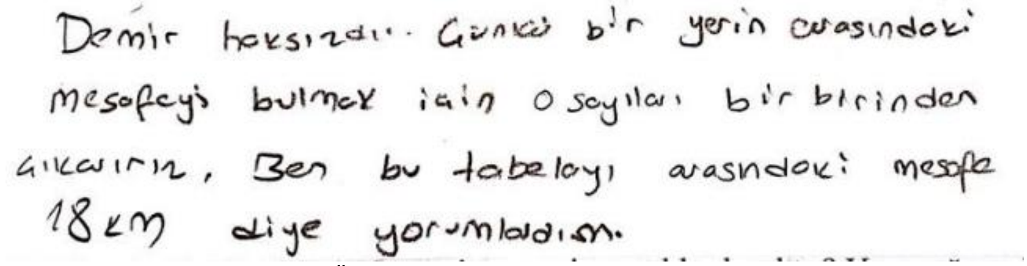
7. Sınıf Öğrencisi, Matematik Dersi Notu: 96,60



6. Sınıf Öğrencisi, Matematik Dersi Notu: 87,67

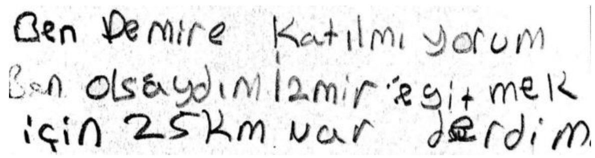
Öğrencilerin Matematiksel Sonuçları Gerçek bir Durumda Yorumlama Yeterliğine İlişkin Yaklaşımları

Matematiksel sonuçları gerçek bir durumda yorumlama yeterliği göz önünde bulundurulduğunda öğrencilerin büyük çoğunluğunun 0 puan aldığı belirlenmiştir. Bunun sebebi öğrencilerin Demir'in haklı ya da haksız olduğunu ifade ederek herhangi bir gerekçe sunmaması ya da İzmir ile Aydın arasındaki mesafeyi bulmak için toplama ya da çıkarma işlemini yapmanın yeterli olduğunu belirtmelerinden kaynaklanmıştır. Özellikle "aradaki mesafe" ifadesinin öğrencileri çıkarma işlemi yapma yanılgısına ittiği gözlenmiştir. Söz konusu öğrenci ifadeleri aşağıda verilmiştir.



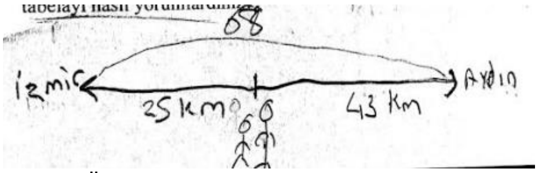
6. Sınıf Öğrencisi, Matematik Dersi Notu: 84,67

1 puan alan öğrenciler de sayısal sonuçları gerçek bir durumda yorumlamada eksik ifadeler kullanmışlardır. Örneğin yalnızca İzmir'e olan mesafeyi yorumlayan bir başka deyişle gerçek yaşam durumunu eksik olarak yorumlayan bir öğrenci çözümüne aşağıda yer verilmiştir.

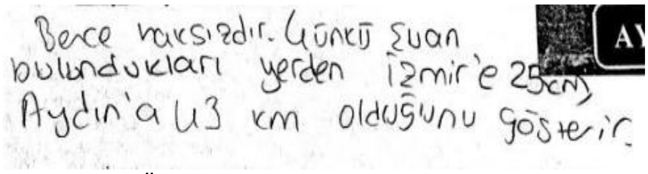


6. Sınıf Öğrencisi, Matematik Dersi Notu: 66,83

Yorumlama yeterlik düzeyleri 2 puan ile değerlendirilen öğrencilerde iki farklı yaklaşım ortaya çıkmıştır. Bunlardan ilki İzmir ve Aydın arasındaki yolun doğrusal olması sebebiyle Demir'in haklı olduğunu ifade etme yaklaşımı iken, ikincisi ise bulundukları yerden Aydın'a 43 km ve İzmir'e 25 km olması sebebiyle Demir'in haksız olduğunu ifade etme yaklaşımı olmuştur. Söz konusu örneklere aşağıda yer verilmiştir.



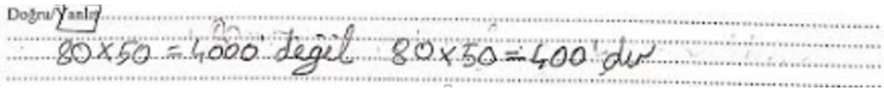
8. Sınıf Öğrencisi, Matematik Dersi Notu: 39,80



7. Sınıf Öğrencisi, Matematik Dersi Notu: 72,58

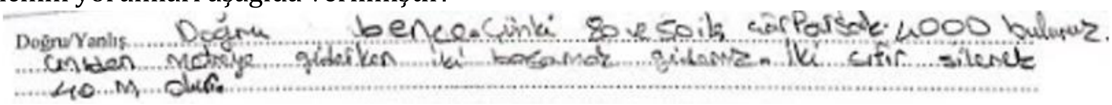
Öğrencilerin Çözümü Doğrulama Yeterliğine İlişkin Yaklaşımları

Öğrencilerin çözümü doğrulama yaklaşımları incelendiğinde doğrulama yeterlik düzeyi 0 puan ile değerlendirilen öğrencilerin, verilen ifadelerin yalnızca doğru ya da yanlış olduğunu ifade etmekten öteye gidemedikleri görülmüştür. Bunun yanında çözümdeki işlem hatalarını kontrol etme eğiliminde olan bazı öğrencilerin işlemleri yanlış çözdükleri için de hatalı bir doğrulama yaklaşımında oldukları görülmüştür. Örneğin "Basamak sayısı ile basamak yüksekliğini çarparsam, 80x50=4000 cm olur. 4000 cm 40 m'ye eşit olduğundan tiyatronun yüksekliği bence 40 m'dir." İfadesini yanlış olarak değerlendiren bir öğrencinin yorumundan bir kesit aşağıdaki gibidir:

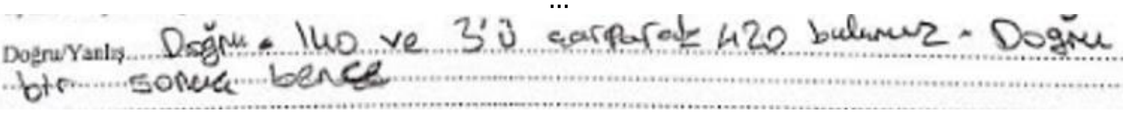


7. Sınıf Öğrencisi, Matematik Dersi Notu: 49

Doğrulama yeterlikleri 1 puan ile değerlendirilen öğrenciler ya yalnızca problemdeki işlemlerin sağlamasını yapmışlar ya da çözüm örneğinde verilen ifadelerin yalnızca bir kısmının doğrulamasını gerçekleştirmişlerdir. "Basamak sayısı ile basamak yüksekliğini çarparsam, 80x50=4000 cm olur. 4000 cm 40 m'ye eşit olduğundan tiyatronun yüksekliği bence 40 m'dir." ve "Fotoğrafa bakınca tiyatronun üstünde kule gibi bir yapı daha var. Yüksekliği bulmak için onu da hesaplamam gerekebilir belki. O da aşağı yukarı yanındaki ağacın iki katı yükseklikte. Ağaçlar benim boyumun 3 katı kadarsa, benim boyum 140 cm, ağaç da 140x3=420 cm olsun. Yuvarlak hesap ağaca 4 m diyeyim. Bu durumda kulenin yüksekliği de 4x2=8 m'dir. Demek ki antik tiyatronun yüksekliği toplamda 48 m'dir." ifadelerini doğru olarak değerlendirip işlemlerin sağlamasını yapan bir öğrencinin yorumları aşağıda verilmiştir.

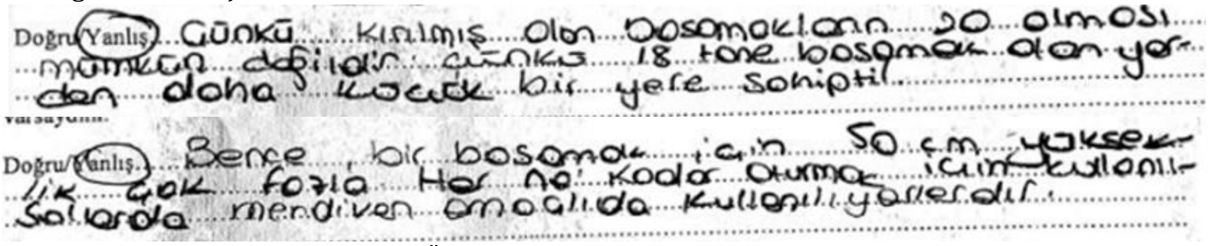


...



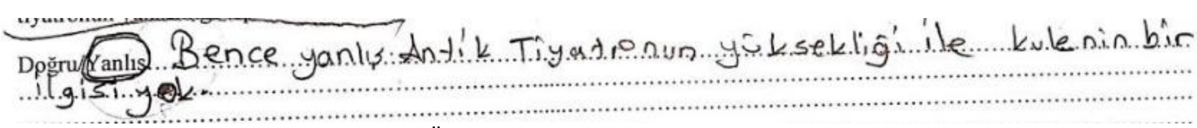
5. Sınıf Öğrencisi, Matematik Dersi Notu: 43,70

Öğrencilerin doğrulama yaklaşımları incelendiğinde, çözümü doğrulama yeterlik düzeyleri 2 puan olarak belirlenen öğrencilerin hem matematiksel işlemleri hem de varsayımlar ve varsayımların model üzerindeki yansımalarını değerlendirdikleri görülmüştür. Örneğin öğrencilerden biri "Önce tiyatrodaki basamakların kaç tane olduğunu saydım. En alt bölümde 18 tane basamak var üst kısımları kırılmış gibi onları 20 varsaydım. Orta kısımda 38 basamak var, en üstte 22 basamak saydım. Demek ki toplamda 80 basamak varmış." İfadesinin yanlış olduğunu düşünerek verilen resim üzerinde yaptığı karşılaştırma ile basamak sayısına ilişkin varsayımların gerçekçi olmadığını belirtmiştir. Aynı öğrenci devamında "Eski insanlar tiyatrodaki gösterileri izlemek için basamaklara oturuyorlarmış. Zaten ben de gitmiştim buraya hatırlıyorum, bunlar bizim okulun merdivenlerindeki basamaklardan daha yüksektir. Bu yüzden ben bir basamak yüksekliğini 50 cm olarak varsaydım." İfadesini de yanlış olarak değerlendirmiş ve bir basamağın yüksekliğinin gerçekçi olmadığını belirtmiştir.



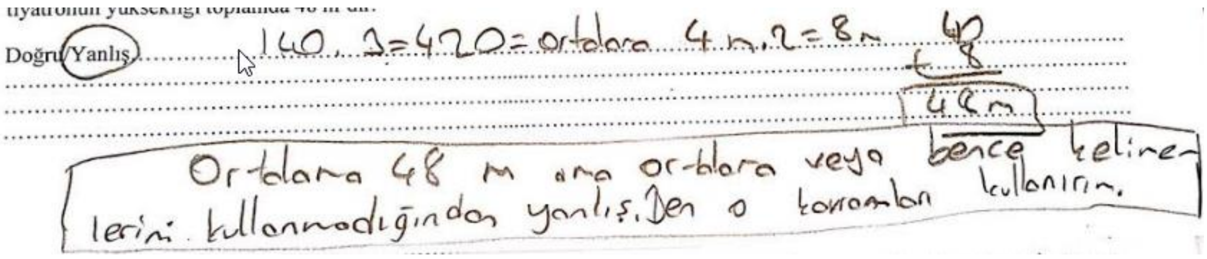
8. Sınıf Öğrencisi, Matematik Dersi Notu: 98,75

Başka bir öğrenci ise son basamağa kadar tüm yaklaşımların doğru olduğunu ifade ederken, kulenin yüksekliğinin antik tiyatronun yüksekliğine dahil edilmemesi gerektiğini ifade ederek "Fotoğrafa bakınca tiyatronun üstünde kule gibi bir yapı daha var. Yüksekliği bulmak için onu da hesaplamam gerekebilir belki. O da aşağı yukarı yanındaki ağacın iki katı yükseklikte. Ağaçlar benim boyumun 3 katı kadarsa, benim boyum 140 cm, ağaç da 140x3=420 cm olsun. Yuvarlak hesap ağaca 4 m diyeyim. Bu durumda kulenin yüksekliği de 4x2=8 m'dir. Demek ki antik tiyatronun yüksekliği toplamda 48 m'dir." ifadesinin yanlış olduğunu belirtmiştir.



6. Sınıf Öğrencisi, Matematik Dersi Notu: 98,60

Başka bir örnekte ise, öğrencinin ortalama ifadelerinin kullanılmaması sebebiyle çözümü yanlış olarak değerlendirdiği görülmüştür.



7. Sınıf Öğrencisi, Matematik Dersi Notu: 88,20

Farklı sınıf seviyesinden ve farklı matematik ders notuna sahip olan öğrencilerin modelleme yeterlik düzeylerine ilişkin verilen örneklerin ardından bir sonraki bölümde çalışmanın sonuçları ve literatürdeki çalışmalara dayalı olarak tartışmaya yer verilmektedir.

TARTIŞMA ve SONUÇ

Ortaokul öğrencilerinin modelleme yeterlikleri ile sınıf seviyesi ve matematik dersi notu arasındaki ilişkinin incelendiği çalışmada, söz konusu ilişkiler her bir modelleme yeterliği kapsamında ayrı ayrı ortaya konmuştur. Çalışmanın nicel sonuçları kapsamında öğrencilerin sınıf seviyesi arttıkça çözümü doğrulama yeterliği dışındaki tüm yeterlik düzeylerinin arttığı sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca matematik dersi başarısı yüksek olan öğrencilerin modelleme yeterlik düzeylerinin de yüksek olduğu görülmüştür. Bu bağlamda gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma, gerçek modelden matematiksel model kurma, matematiksel model içerisinde matematiksel soruları çözme ve matematiksel sonuçları gerçek bir durumda yorumlama yeterlikleri ile öğrencilerin sınıf seviyeleri arasında pozitif yönde bir ilişki ortaya çıkmışken, çözümü doğrulama yeterliği ile sınıf seviyesi arasında anlamlı bir ilişki belirlenememiştir. Bir başka deyişle öğrencilerin sınıf seviyeleri çözümü doğrulama yeterliği dışındaki tüm modelleme yeterliklerini yordamıştır. Bunun yanı sıra gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma, gerçek modelden matematiksel model kurma, matematiksel model içerisinde matematiksel soruları çözme, matematiksel sonuçları gerçek bir durumda yorumlama ve çözümü doğrulama yeterlikleri ile öğrencilerin matematik dersi notu arasında pozitif yönde bir ilişki ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin matematik dersi notları modelleme yeterliklerini yordamıştır.

Söz konusu ilişkilerin yanı sıra çalışmada öğrencilerin modelleme yeterliklerini açığa çıkaran modelleme yaklaşımları da incelenmiştir. Bu kapsamda öğrencilerin gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma yeterliği bağlamında, probleme uygun varsayımları verilen bir listeden seçmeye çalıştıkları ve buna dayalı olarak gerçek modeller oluşturdukları belirlenmiştir. Gerçek modelden matematiksel model kurma yeterliği ele alındığında iki farklı gerçek yaşam durumu için farklı gösterim şekillerinden faydalanarak matematiksel modeller oluşturmuşlardır. Matematiksel model içerisinde matematiksel soruları çözme yeterliği bağlamında öğrenciler matematik derslerinde sıklıkla karşılaştıkları tarzda bir problem üzerinde çalışmışlardır. Burada öğrencilerin beklenenden daha fazla zorlandıkları ve matematiksel modellerin çözümünde hatalar yaptıkları anlaşılmıştır. Bu zorlukların sebeplerinden biri problemde verilen sayısal ifadeler ile bağlamı göz ardı ederek işlem yapma bir başka deyişle problem durumunu göz ardı ederek dört işlem yapma eğiliminde olmalarıdır. Benzer durum Blum'un (2011) çalışmasında öğrencilerin problemde verilen sayısal değerleri daha önceden bildikleri şemalara uydurmak suretiyle problemin çözümüne uygun olmayan bir matematiksel model oluşturma eğiliminde olmalarıyla paralellik göstermektedir. Bir diğer zorluk ise öğrencilerin modelleri çözerken işlem hataları yapmaları ve birimler arası (kuruş – lira) dönüşümlerde sıkıntı yaşamaları olmuştur. Söz konusu bu sıkıntı modellemenin ötesinde öğrencilerin ön öğrenmeleriyle ilgili eksikliklerinin olduğu sonucuna götürmektedir. Öğrencilerin matematiksel sonuçları gerçek bir durumda yorumlama yeterlikleri incelendiğinde, gerçek yaşamlarında karşılaşabilecekleri ve sayısal sonuçlar içeren bir durumu yorumlamaya çalıştıkları görülmüştür. Çözümü doğrulama yeterlikleri ele alındığındaysa öğrenciler verilen modelleme probleminin çözümünü değerlendirirken varsayımları, matematiksel modellerin doğruluğunu ve modellerin çözümü ile ulaşılan sonuçların anlamlılığını irdelemişlerdir. Doğrulama yaparken kimi öğrencilerin yalnızca işlem hatası olup olmadığını araştırması dikkat çekmiştir. Çalışmanın bu sonucu Blum (2011), Maaß (2006) ve Tekin Dede'nin (2016) çalışmalarında ortaya çıkan doğrulamanın yalnızca işlem hatalarını kontrol etme algısı olarak ele alınması durumuyla paralellik göstermektedir. Bunun yanında öğrencilerin sayısal sonuçları gerçek yaşam bağlamında ele alarak mantıklı olup olmadığını sorguladıkları da anlaşılmıştır. Modelleme sürecindeki en çok zorluk yaşanan aşamaların yorumlama ve doğrulama olduğu (Blum, 2011; Bukova Güzel, 2011; Eraslan & Kant, 2015; Hıdıroğlu, vd., 2014; Maaß, 2006) ifade edilmesine rağmen çalışmada öğrencilerin söz konusu yeterlikler kapsamında yaklaşımlar sergileyebildikleri görülmüştür. Bu durumun sebebi, kısmi yaklaşım sayesinde öğrencilerin yalnızca yorumlama veya doğrulamaya odaklanmış olmaları olarak düşünülmektedir. Bir başka deyişle bütüncül yaklaşım ile modelleme problemi çözülürken sayısal bir sonuca ulaştıktan sonra problem çözme sürecini bitirme eğiliminde olan öğrenciler için kısmi yaklaşım ile hazırlanmış etkinliklerden faydalanılması sayesinde daha zengin modelleme yaklaşımları sergileyebilecekleri görülmektedir.

Gerek okullardaki matematik derslerinde gerekse lisans öğretimlerinde kısmi yaklaşım ile hazırlanmış etkinliklerin uygulanmasıyla öğrencilerin modellemede zorluk yaşadıkları aşamalar üzerinde durulabilir ve böylece öğrencilerin modellemede daha zengin yaklaşımlar sergilemeleri sağlanabilir. Bunun yanı sıra kısmi modelleme etkinlikleri ile öğrencilerin modelleme yeterlik düzeyleri belirlenerek bu düzeylere uygun modelleme uygulamalarının tasarlanması önerilebilir. Böylece öğrencilerle gerçekleştirilen modelleme uygulamaları daha çok amaca yönelik ve öğrencilerin modelleme yeterliklerini geliştirebilir nitelikte olacaktır.

KAYNAKÇA

Blomhøj, M., & Højgaard Jensen, T. (2003). Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and Its Applications*, *22*(3), 123-139.

Blomhøj, M., & Kjeldsen, T. N. (2006). Teaching mathematical modelling through project work. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, *38*(2), 163-177.

Blum, W. & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects - state, trends and ıssues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics, 22*, 37-68.

Blum, W. (1993). Mathematical modelling in mathematics education and instruction. In T. Breiteig, I. Huntley, & G. Kaiser-Messmer (Eds.), *Teaching and Learning Mathematics in Context* (pp. 3-14). Chichester, UK: Horwood.

Blum, W. (2002). ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education – Discussion document. *Educational Studies in Mathematics, 51*(1), 149-171.

Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling.* (pp. 15-30). New York: Springer.

Blum, W., & Kaiser, G. (1997). Vergleichende empirische untersuchungen zu mathematischen anwendungsfähigkeiten von englischen und deutschen Lernenden. *Unpublished application to Deutsche Forschungsgesellschaft*.

Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H.-W., & Niss, M. (2007). *Modelling and applications in mathematics education: the 14th ICMI study*. New York: Springer

Brand, S. (2014). Effects of a holistic versus an atomistic modelling approach on students' mathematical modelling competencies. In C. Nicol, P. Liljedahl, S. Oesterle, & D. Allan (Eds.), *Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education (Vol. 2)*. (pp. 195-203). Vancouver, Canada: PME.

Bukova Güzel, E. (2011). An examination of pre-service mathematics teachers' approaches to construct and solve mathematical modeling problems. *Teaching Mathematics and Its Applications, 30*(1), 19-36.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2010). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri.* Ankara: Pegem Akademi.

Eraslan, A., & Kant, S. (2015). Modeling Processes of 4th-Year Middle-School Students and the Difficulties Encountered. *Educational Sciences: Theory & Practice*, *15*(3), 809-824.

Grünewald, S. (2012). Acquirement of modelling competencies – first results of an empirical comparison of the effectiveness of a holistic respectively an atomistic approach to the development of (metacognitive) modelling competencies of students. *12th International Congress on Mathematical Education*, 8 July-15 July 2012, COEX, Seoul, Korea.

Haines, C., Crouch, R., & Davis, J. (2001). Recognizing students' modelling skills. In J. F. Matos, W. Blum, S. K. Houston, & S. P. Carreira (Eds.), *Modelling and mathematics education - ICTMA 9: Application in Science and Technology* (pp.366-380). Chichester, UK: Horwood.

Hıdıroğlu, Ç. N., Tekin Dede, A., Kula, S., & Bukova Güzel, E. (2014). Öğrencilerin Kuyruklu Yıldız Problemi'ne ilişkin çözüm yaklaşımlarının matematiksel modelleme süreci çerçevesinde incelenmesi. *E-Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 31*, 1-17.

Kaiser, G. & Schwarz, B. (2006). Mathematical modelling as bridge between school and university. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM, 38*, 196-208.

Kaiser, G., & Grünewald, S. (2015). Promotion of mathematical modelling competencies in the context of modelling projects. In N. H. Lee, & N. K. E. Dawn (Eds.), *Mathematical Modelling from Theory to Practice* (pp. 21-39). London: World Scientific Publishing.

Kaiser, G., & Maaß, K. (2007). Modelling in lower secondary mathematics classroom – problems and opportunities. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study* (pp. 99-108). New York: Springer Science + Business Media, LLC.

Kaiser, G., Schwarz, B. & Tiedemann, S. (2010). Future Teachers' Professional Knowledge on Modeling. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies* (pp. 433-444). New York: Springer Science + Business Media, LLC.

Kramarski, B., Mevarech, Z.R., & Arami, M. (2002). The effects of metacognitive instruction on solving mathematical authentic tasks. *Educational Studies in Mathematics, 49*(2), 225-250.

Lesh, R., Young, R., & Fennewald, T. (2010). Modeling in K-16 mathematics classrooms and beyond. In R. Lesh, C. R. Haines, P. L. Galbraith, & A. Hurford (Eds.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies* (pp. 275-283). New York: Springer Science + Business Media, LLC.

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies?. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, *38*(2), 113-142.

Maaß, K., & Gurlitt, J. (2011). Designing a teacher questionnaire to evaluate professional development in modelling. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne & F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of the 6th*

Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME 6 (pp. 2056-2065). France, Lyon: Service des publications, INRP.

Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative Data Analysis.* Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Neuman, W. L. (2006). *Toplumsal araştırma yöntemleri, nitel ve nicel yaklaşımlar* (Ö. Sedef, Çev.). İstanbul: Yayınodası.

Schukajlow, S., Leiss, D., Pekrun, R., Blum, W., Müller, M. & Messner, R. (2012). Teaching methods for modelling problems and Students' task-specific enjoyment, value, ınterest and self-efficacy expectations. *Educational Studies in Mathematics*, *79*, 215-237.

Tekin Dede, A. (2016). Modelling difficulties and their overcoming strategies in the solution of a modelling problem. *Acta Didactica Napocensia, 9*(3), 21-34.

Ek 1: Sorular

1. Soru: Deniz gazetede şöyle bir yazı okumuştur: "Diş fırçalarken musluğu açık bırakırsanız, 4 kişilik bir ailenin yılda ortalama 26000 lt su israf edeceğini biliyor muydunuz?"
Deniz yukarıdaki gazete yazısının doğru olup olmadığını merak etmiştir. Sizce Deniz aşağıdaki varsayımlardan hangisi ya da hangilerini seçerse, durumun doğruluğunu kanıtlayabilir?
Varsayımlar:

1) Bir aile ortalama 4 kişiden oluşmaktadır.
2) Bir ailede ortalama 4 kişi varsa, 4 tane de diş fırçası vardır.
3) Her bir kişi günde ortalama 2 kez dişini fırçalamaktadır.
4) Diş fırçalama süresi ortalama 3 dakikadır.
5) Musluktan 1 dakikada ortalama 3 lt su akmaktadır.
6) Her bir kişi yaklaşık 3 cm diş macunu kullanmaktadır.

Bunlar dışında problemi çözmek için gereken varsayımları yazınız.
Varsayımlarınızı kullanarak hesaplamanızı yapınız ve gazete yazısının doğru olup olmadığını ortaya çıkarınız.
(Kramarski, Mevarech & Arami, 2002'den uyarlanmıştır)

2. Soru: Hafta sonu sınıftan birkaç arkadaşını evine davet eden Sevinç, annesinden arkadaşları için meşhur elmalı kekini yapmasını istiyor. Evde hiç elma kalmadığını fark eden annesi Sevinç'ten 3 kg elma alıp gelmesini istemiştir. Elma almak için Sevinç'in iki seçeneği vardır:
1. seçenek: Evinin hemen yanındaki manavda yarım kg elma 1 TL'dir.
2. seçenek: Evinden biraz uzaklıktaki pazarda 1 kg elma 1,5 TL'dir. Fakat pazar uzak olduğu için mutlaka ESHOT otobüsüne veya dolmuşa binmesi gerekmektedir.
Sizce Sevinç'in hangi seçeneği seçmesi mantıklı olacaktır? Yapacağınız hesaplamalarla Sevinç'e yardımcı olunuz. (Schukajlow, Leiss, Pekrun, Blum, Müller & Messner, 2012'den uyarlanmıştır)

3. Soru: Bir cep telefonu operatörü her bir kısa mesajı 50 kuruş, her bir aramayı da dakikası 80 kuruş olarak ücretlendirmektedir. Faturası 30 TL gelen Ayşe, bir ay boyunca toplam 12 kısa mesaj çektiğini biliyor fakat kaç dakika konuştuğunu bir türlü hatırlayamıyor. Ayşe kaç dakika konuşmuş olabilir?

4. Soru: Demir ve babası yolda giderlerken yanda verilen tabelayı gören Demir, "Aaa baba bak! İzmir ve Aydın arasındaki mesafe 68 kilometreymiş!" diyor. Sizce Demir haklı mıdır? Neden? Siz olsanız bu tabelayı nasıl yorumlardınız? (Grünewald, 2012'den uyarlanmıştır)

5. Soru: “Aşağıda Pergamon Antik Tiyatrosu’nun bir fotoğrafını görüyorsunuz. Sizce bu antik tiyatronun gerçek yüksekliği kaç m’dir?”

Sizin yaşınızda bir öğrenci yukarıda verilen problemi aşağıdaki gibi çözmüştür. Sizden öğrencinin çözümünü aşama aşama kontrol etmeniz isteniyor. Bunun için her aşamanın altındaki noktalı yere, öğrencinin yaptıklarının doğru mu yoksa yanlış mı olduğunu yazdıktan sonra nedenini açıklamayı unutmayınız.

Öğrenci Çözümü:

Önce tiyatrodaki basamakların kaç tane olduğunu saydım. En alt bölümde 18 tane basamak var üst kısımları kırılmış gibi onları 20 varsaydım. Orta kısımda 38 basamak var, en üstte 22 basamak saydım. Demek ki toplamda 80 basamak varmış.

Doğru/Yanlış……

………

………

Eski insanlar tiyatrodaki gösterileri izlemek için basamaklara oturuyorlarmış. Zaten ben de gitmiştim buraya hatırlıyorum, bunlar bizim okulun merdivenlerindeki basamaklardan daha yüksektir. Bu yüzden ben bir basamak yüksekliğini 50 cm olarak varsaydım.

Doğru/Yanlış……

………

………

Basamak sayısı ile basamak yüksekliğini çarparsam, 80x50=4000 cm. olur. 4000 cm 40 m’ye eşit olduğundan tiyatronun yüksekliği bence 40 m’dir.

Doğru/Yanlış……

………

………

Fotoğrafa bakınca tiyatronun üstünde kule gibi bir yapı daha var. Yüksekliği bulmak için onu da hesaplamam gerekebilir belki. O da aşağı yukarı yanındaki ağacın iki katı yükseklikte. Ağaçlar benim boyumun 3 katı kadarsa, benim boyum 140 cm, ağaç da 140x3=420 cm olsun. Yuvarlak hesap ağaca 4 m diyeyim. Bu durumda kulenin yüksekliği de 4x2=8 m’dir. Demek ki antik tiyatronun yüksekliği toplamda 48 m’dir.

Doğru/Yanlış……

………

………