

The Use of a Compass and Straightedge to Construct Geometric Structures

Ayten ERDURAN*, Sibel YEŞİLDERE**

ABSTRACT. This study investigated three mathematics teachers' construction process of geometric structures using compass and straightedge. The teacher-student-tool interaction was analysed. The study consists of the use of a compass and straightedge by the teachers, the ideas of the teachers about their use, and the observations regarding the learning process during the construction of the geometric structures. A semi-structured interview was conducted with the teachers about the importance of the use of a compass and straightedge to construct geometric structures. It was found that teachers taught compass and straightedge constructions in a rote manner where learning is little more than steps in a process. The study concludes with some suggestions for the use of a compass and straightedge in mathematics classes based on the research results.

Key Words: constructing geometric structure, compass and straightedge, teaching geometry.

SUMMARY

Purpose and significance: For more than 2,000 years, the way in which geometric structures could be constructed with the help of compasses and straightedges has caught the attention of mathematicians. Nowadays, mathematics curriculums place an emphasis on the use of the compass and straightedge. The compass and straightedge is more important in constructing geometric structures than other drawing tools such as rulers and protractors. Because steps taken with a compass and straightedge cannot be seen at first glance and this situation become a problem for students. However, 'doing compass and straightedge construction early in the course helps students to understand properties of figures' (Hoffer, 1981: 12). Therefore, this research aims to observe mathematics teachers' use of a compass and straightedge in constructing geometric structures. The study consists of the use of the compass and straightedge by the teachers, the teachers' ideas about their use, and the observations regarding the learning process during the construction of the geometric structures. The research is expected to be fruitful for the field in that it discusses the uses of the compass and straightedge in a manner that supports geometric thinking.

Methods: In this case study three teachers' construction of geometric structures using compass and straightedge were observed. Teachers' courses, lasting for 40 minutes, were recorded by a video camera. Unstructured field observation and participatory observation were used. Semi-structured interviews were conducted with the teachers after lessons and conversational interview were conducted with students during the lesson. The teachers were chosen among those who volunteered to participate in the study using convenience sampling strategy (Cohen, Manion, Morrison, 2002).

Results: The teachers used teacher-centred approach in the lessons. All the three teachers gave instructions and asked the students to follow them. It was observed that the students came across difficulties in using compasses and straightedges. It was also observed that the teachers neither discussed the properties of the geometric structures nor the other ways could be used. The teachers' approaches caused the students to be distanced from the whole study. The teachers stated that they experienced difficulties in construction of geometric structures with the help of a compass and straightedge due to the difficulties faced by the students in using the compass and straightedge. Also stated was the motivational aspect of compass and straightedge.

Discussion and Conclusions: Mathematical manipulatives support students' conceptual understanding of mathematical ideas. Napitipulu (2002) points out the importance of compass and straightedge to assist students' geometric thinking. He investigated the relationship among students' van Hiele levels of thinking, their basic geometric knowledge, and their understanding of compass and straightedge construction topics. He found that students' understanding of geometric constructions was correlated to their van Hiele levels and basic geometric knowledge. This result emphasizes the importance of the use of manipulatives in classroom settings. In our study it was found that teachers taught compass and straightedge constructions in a rote manner where learning is little more than steps in a process. But, to what extent the structures drawn which are driven by teacher directives and lacking the students' questioning could help geometric research? Hiebert and Carpenter (1992) recommend that when using mathematics tools it's important to remember meaning is not inherent in the manipulative but in the student's construction of meaning as a result of using the manipulative. Herein, rather than a teacher-centred approach, a student-oriented approach is needed for the compass and straightedge constructions. This approach could as well enable associations to be made among knowledge structures related to geometry.

In this research, teachers considered compass and straightedge as motivational tools. Other research also supports this finding. Moyer (2001) conducted a year long study that investigated 10 middle school teachers' uses of mathematics manipulatives. She found that teachers perceived their use of manipulatives for mathematics instruction as playing or as a reward for appropriate classroom behaviour. Teacher should figure out the pedagogical dimensions of each manipulative before integrating them to the lesson.

* Dr. Ayten ERDURAN, Dokuz Eylül University, Buca School of Education, aytenerduran@yahoo.com.tr

** Dr. Sibel YEŞİLDERE, Dokuz Eylül University, Buca School of Education, sibel.yesildere@deu.edu.tr

Geometrik Yapıların İnşasında Pergel ve Çizgecin Kullanımı

Ayten, ERDURAN*, Sibel YEŞİLDERE**

ÖZ. Bu araştırmada üç matematik öğretmenin pergel ve çizgeç kullanarak geometrik yapıları inşa etme süreçleri incelenmektedir. Öğretmenlerin geometri yapı inşa etme ile ilgili dersleri video kamera ile kaydedilmiş ve derslerdeki öğretmen-öğrenci-araç üçlüsü arasındaki etkileşim incelenmiştir. Ders sürecinde öğrencilerle, ders sonrasında öğretmenlerle görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Çalışmada üç matematik öğretmenin pergel ve çizgeci geometrik yapıları inşa etme sürecindeki kullanımlarına, kullanımlarına ilişkin görüşlerine ve geometrik yapı inşa edilirken öğrenme sürecinde gözlemlenenlere yer verilmektedir. Araştırma sonucunda pergel ve çizgeçle geometrik yapıların inşasına yönelik öğretmen merkezli ders işlendiği ve öğrencilerin pergel ve çizgeci kullanarak geometrik yapı oluşturmanın olumlu tarafları olarak dersi eğlenceli hale getirmesini ve ezberden uzaklaştırmasını göstermiştir. Geometrik yapıların pergel ve çizgeçle gerçekleştirilen inşalarının öğretmen merkezli değil, öğrenci merkezli bir anlayışla gerçekleştirilmesi önerilmektedir.

Anahtar Sözcükler: geometrik yapı inşa etme, pergel ve çizgeç, geometri öğretimi.

GİRİŞ

Matematik araçlarının derslerde kullanımı, matematik eğitiminde sıkça incelenen araştırma konularından biridir. Bu araçların kullanımının öğrenci başarısına etkisi (Kober, 1991; Hiebert ve Carpenter, 1992; Hawkins, 2007), öğretmenlerin matematik araçlarını derslerde kullanma şekilleri (Gilbert ve Bush, 1988; Stein ve Bovalino, 2001; Thompson, 1992; Clements ve McMillen, 1996; Schorr, Firestone ve Monfils, 2001; Moyer, 2001; Boulton-Lewis, 1998), matematik öğretmenlerinin derslerde araç kullanımına yönelik tutumları (Tooke, Hyatt, Leigh, Snyder ve Borda, 1992; Moyer, 2001) bu konuda yapılan araştırma başlıklarından bazılarıdır. Söz konusu araştırmalarda öğrencilerin ancak aktif olarak matematik araçlarını kullanmaları sonucunda inceledikleri kavrama ilişkin anlam oluşturabileceklerine dikkat çekilmekte ve somut araçlar kullanarak öğrenen öğrencilerin matematiğin soyut kavramlarını gerçek yaşam durumlarına uygulayabilmede daha başarılı olduğuna işaret edilmektedir. Bu noktada araçların öğrencinin kendi bilgisini oluşturma yönünde nasıl kullanıldıkları önem kazanmaktadır. Çünkü araçlar öğrenme sürecine gelişigüzel, plansız olarak katıldığında ve öğretmen sürece uygun rehberlik yapmadığında, öğrenciler için kafa karıştırıcı olabilmektedir (Spear-Swerling, 2006).

Literatürde birim küpler, cebir karoları, yüzük kart gibi çeşitli matematik aracına odaklanan araştırmaların bulunmasına karşın, çizim araçlarının kullanımına yönelik rastlanan tek çalışma Napitupulu (1998)'ya aittir. Napitupulu (2001) araştırmasını pergel ve çizgeçle geometrik yapıları öğrencilerin inşa etmesini destekleyecek yönde yapılandırmış, öğrencilerin Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri, temel geometri bilgileri ve pergel ve çizgeç inşalarını kavrayışları arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Matematik araçlarının kullanımıyla ilgili var olan literatüre katkı sağlama amacıyla bu çalışmada matematiğin en eski araçlarından olan pergel ve çizgecin öğrenme sürecindeki kullanımını incelenmektedir. Bu bağlamda öncelikle pergel ve çizgeçle gerçekleştirilen inşalar ele alınacaktır.

Pergel ve Çizgeç[†] İnşaları

2000 yıldan fazla süredir pergel ve çizgeç yardımı ile çeşitli düzlemsel geometrik yapıların nasıl inşa edilebileceği matematikçilerin ilgisini çekmektedir. Bu ilginin temeli Euclid tarafından milattan önce

* Dr. Ayten ERDURAN, Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, aytenerduran@yahoo.com.tr

** Dr. Sibel YEŞİLDERE, Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, sibel.yesildere@deu.edu.tr

[†] Makalede adı geçen pergel ve çizgeç ifadeleri Euclid geometrisinde ele alınış şekilleriyle kullanılmaktadır. Buna göre çizgeç üzerinde ölçme birimleri bulunmayan sadece düz çizgi çizmek için kullanılan araçtır. Euclid ölçme fonksiyonu düz çizgi çizme fonksiyonundan, sadece pergele ölçme fonksiyonunu vererek ayırmıştır.

300'lü yıllarda yazılan 'Elements' adlı kitaba dayanmaktadır. Belirtilen eserde Euclid, geometrik yapıların çizgeç ve pergeli kullanılarak inşası ile ilgilenmektedir (Axler ve Ribet, 2005). Euclid geometrisiyle ilgilenen matematikçiler, geometrik yapıları yalnızca pergeli ve çizgeç kullanılarak inşa etmeye yönelik problemlere ilgi duymakta ve kimileri de geometri ile soyut cebiri ilişkilendirmeye çalışmaktadır. Pergeli ve çizgeç kullanılarak yalnızca bir geometrik yapının inşası değil, nasıl inşa edildiği de matematikçiler tarafından problem durumu olarak kabul edilmiştir. Bu problemleri çözme isteği Euclid geometrisinin bir araştırma alanı olarak görülmesini sağlamıştır. Euclid geometrisinde yer alan temel çizimler; bir doğru parçasına eş doğru parçası inşa etme, bir doğru parçasını iki eş parçaya ayırma, bir doğruya dışındaki/üzerindeki bir noktadan paralel inşa etme, bir açıyı iki eş açıya ayırma, bir açıya eş bir açı çizme, bir açısı ve iki komşu kenarı verilen üçgeni çizme ve çembere üzerindeki bir noktadan teğet inşa etmedir. Bu temel çizimlerden hareketle çok daha karmaşık geometrik yapıların inşası üzerine çalışmalar yapılmıştır (Goodman-Strauss, 2001; Baragar, 2002).

Türkiye'deki ilköğretim matematik öğretim programlarında da pergeli ve çizgecin kullanımı üzerinde durulmakta ve öğrencilerin sahip oldukları geometri bilgileri çerçevesinde kimi yapıların inşa edilmesi amaçlanmaktadır. İlköğretim 1-5. sınıf matematik öğretim programında, öğrencilerin psikomotor becerilerinin gelişimine önem verilmekte ve bu becerilerin geliştirilebilmesi için pergeli, cetveli, açıölçer ve gönyenin etkin kullanımı öne çıkarılmaktadır (MEB, 2005). Aynı anlayışa sahip ilköğretim 6-8. sınıf matematik öğretim programında 'geometrik düşünme geliştirilirken, geometrik etkinliklerinden edinilen bilgilerin... görsel, analitik, tümevarımlı ve çıkarsamalı olarak hiyerarşik bir düzen içinde türetilmelerinin gerektiğine' işaret edilmektedir (MEB, 2007: 44). Program, öğrencilerin geometrik nesnelerin özelliklerini düşünmelerini ve bu özellikler arasında ilişkiler kurabilmelerini sağlamayı amaçlamaktadır. Bu amaca katkı sağlamak için belirtilen temel Euclid geometri çizimlerinden bazıları, kazanım olarak her sınıf düzeyinde yer almaktadır. Bu noktada geometrik yapıları inşa etme sürecinin ispat yapma anlamı taşımadığını vurgulamak gerekir. Geometrik bir yapının inşası, istenen şartları sağlayacak şekilde yapılan uygulamalara işaret etmektedir. Oysa ispat yapma bir geometrik yapının istenen özellikleri ne ölçüde taşıdığını gösterme sürecidir (Hartshorne, 2000). Bu bağlamda ilköğretimde öğrencilerden beklenen ispat yapma değil, bir geometrik yapı farklı çizim araçları kullanılarak inşa edilirken yapılabileceklerin sorgulanmasıdır.

Geometrik yapıları inşa etmede pergeli ve çizgeç; cetveli, açıölçer gibi diğer çizim araçlarından farklı bir öneme sahiptir. Çünkü bir doğru parçasını iki eşit parçaya bölme, bir açıyı iki eşit parçaya ayırma gibi problemlerin sadece pergeli ve çizgeç kullanılarak çözümü öğrencilerin geometrik şekillerin özelliklerini keşfetmelerine yardımcı olmakta ve bu geometrik şekillerle ilgili kavrayışlarının daha iyi olmasını sağlamaktadır (Napitupulu, 2001; Hoffer, 1981). Pergeli ve çizgecin sahip olduğu bu önemi Smart (1998) aşağıdaki şekilde açıklamaktadır:

"Felsefi olarak inşa etme, belirli geometrik problemleri önceden tespit edilmiş kurallara göre çözmek için oluşturulan yöntemler olarak açıklanabilir. Bir inşa gerçekleştirilirken problem; istenen şartları sağlayan bir çizim yapmak değil, sadece pergeli ve çizgeç kullanılarak çizimi gerçekleştirebilmektir" (s. 211).

Bir geometrik yapının sadece pergeli ve çizgeç kullanılarak inşa edilmesi istendiğinde, nereden başlanması gerektiğinin ilk bakışta görülememesi bir problem durumu oluşturmakta ve matematiksel becerilerin kullanımını zorunlu kılmaktadır. Örneğin bir doğru parçasına eş doğru parçası inşa etmede araç olarak cetvelin kullanılması sadece cetvelin kullanımıyla ilgili psikomotor beceriyi gerektirmektedir. Ancak bu yapıyı inşa etmek için araç olarak pergelin kullanılması öğrencilerin söz konusu çizimi gerçekleştirebilmek için geometrik düşünmelerini gerektirir. Benzer şekilde bir doğru parçasının orta dikmesi inşa edilirken pergelin açıklığını cetveli yerine çizgeç yardımıyla ayarlamak tahmin etme stratejilerinin kullanımını gerektirecektir. Geometrik yapıları inşa etmede pergeli ve çizgeçten yararlanma öğrenciye bu çizim araçlarını kullanma becerisi kazandırdığı için değil, inşa edilen yapının özelliklerini analiz edebilmesine yardımcı olduğu için önemlidir (Cherowitzo, 2006). Bu bağlamda farklı matematiksel becerilerin gelişimini sağlamak için sadece psikomotor değil, bilişsel becerilerin de kullanımını gerektirecek şekilde pergeli ve çizgecin öğrenme sürecine katılması uygun olacaktır. Smart (1998) geometrik yapıları pergeli ve çizgeçle inşa ederken aşağıdaki adımların uygulanmasının işaret edilen becerilerin gelişimlerini sağlayacağını belirtmektedir:

1. Analiz: Bu ilk adımda öğrenci problemde istenenlerin gerçekleştirilmiş olduğunu varsayarak ulaşılması istenen çizimi yapar. Şekilde çizim için gerekli olan bilinmeyenlerle problemde verilenler arasındaki ilişkiyi bulur.
2. İnşa etme: Bu adımın sonucunda pergeli ve çizgeci kullanarak çizim oluşturulur.
3. İspat: Bu adım, oluşturulan çizimin problemde istenen çizim olup olmadığının ispatlanması sürecini içerir.
4. Tartışma: Bu adımda problemin çözümünde kullanılabilecek olası çözümler ve durumlar tartışılır.

Görüldüğü gibi bu adımlar öğrencilerin pergeli ve çizgeci, istenen geometrik yapının inşasını gerçekleştirecek şekilde nasıl kullanabilecekleri üzerine düşünmelerini gerektirmektedir.

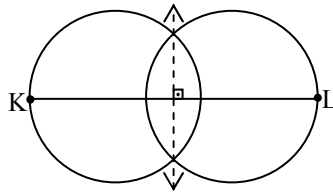
Pergeli ve çizgecin geometrik yapıları inşa etme sürecinde kullanımı önemlidir ancak bu çizim araçlarının kullanılabilmesi öğrenmenin gerçekleştiği anlamını taşımaz. Öğrenme ortamının koşulları, öğretmenin yönlendirmesi bu araçların kullanımlarının yaratacağı durumu etkiler. Araştırmalar, araçların kullanımı sürecinde öğretmenin öğrenciyi sorularla yönlendirmesi, sınıf içi tartışmalar gibi sosyal süreçlerin kullanılması, öğrencilerin geometrik düşünmelerini harekete geçirdiğine işaret etmektedir (Olkun ve Toluk, 2004). Bu nedenle çizim araçlarından pergeli ve çizgecin öğrenme sürecinde kullanımı kadar nasıl kullanıldıklarını da incelemek gerekmektedir. Bu çalışmada ilköğretim 6. ve 7. sınıf matematik öğretim programında yer alan “bir doğru parçasına eş bir doğru parçası inşa eder”, “bir doğru parçasının orta dikmesini inşa eder” ve “bir açıya eş bir açı inşa eder” kazanımları ele alınmaktadır. Öncelikle bu kazanımların pergeli ve çizgeci yardımıyla nasıl gerçekleştirilebileceğini açıklayalım.

Bir doğru parçasına eş doğru parçası inşa edilirken önce herhangi bir doğru parçası çizgeciyle çizilir. Bu doğru parçası kadar açılan pergeli ile inşa edilecek çemberin yarıçapı, çizilen ilk doğru parçasının uzunluğuna eşit olacaktır. Bu inşa Şekil 1’de görülmektedir.



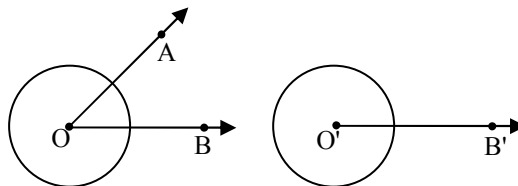
Şekil 1. Bir doğru parçasına eş doğru parçası inşa etme

Bir doğru parçasının orta dikmesi inşa edilirken, merkezleri doğrudan olan iki çemberin merkezlerini birleştiren doğru ile kesim noktalarını birleştiren doğrunun birbirine dik olduğu bilgisi kullanılmalıdır. Bu bilgi kullanılarak doğru parçasının uç noktalarından geçen yarıçap uzunlukları eşit kesişen iki çember pergeli ile oluşturulur. Kesim noktaları çizgeciyle birleştirildiğinde elde edilen doğru, verilen doğru parçasının orta dikmesini oluşturacaktır. Bu çizim Şekil 2’de görülmektedir.



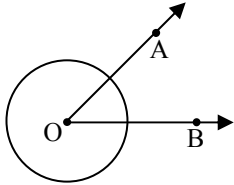
Şekil 2. Bir doğru parçasının orta dikmesinin inşası

Bir açıya eş açı inşa edilirken atılacak ilk adım, verilen açının köşesini merkez kabul eden bir çember çizilmesidir. Daha sonra çizgeciyle çizilen bir ışın üzerinde, ışının başlangıç noktasını merkez kabul eden aynı yarıçaplı çember çizilir. Bu çizim Şekil 3’de görülmektedir:

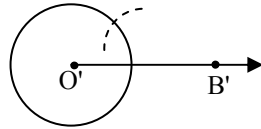


Şekil 3. Bir açıya eş açı inşa etme-1. adım

Bu çizim gerçekleştirildikten sonra karşımıza çıkacak temel problem, çizilecek açının diğer kolunun doğrultusunun bulunmasıdır. Bunun için verilen açının kolları arasında kalan yay parçası kadar pergeli açılır. Pergelin açıklığı bozulmadan çizilen diğer çemberde çemberin ışını kestiği noktadan itibaren eş yay parçası işaretlenir. Pergelin çember üzerinde kestiği nokta ile çizilen ışının başlangıç noktası çizgeçle birleştirilerek açının diğer kolu elde edilir. Bu çizim adımları Şekil 4 ve Şekil 5’de görülmektedir.



Şekil 4. Bir açıya eş açı inşa etme-2.adım



Şekil 5. Bir açıya eş açı inşa etme-3.adım

Çizimde belirtilen adımların atılmasındaki amaç aynı yayı gören açılarının ölçülerinin eşitliği bilgisini kullanarak istenilen yapıyı inşa etmektir. Örneklendirilen her üç geometrik yapının pergeli ve çizgeçle inşasında da bilinen geometri bilgileri, istenilen geometrik yapının oluşturulması için kullanılmıştır. Bu yaklaşımla geometriye ilişkin bilgi yapıları arasında ilişkilendirmenin yapılması da mümkün olmaktadır.

Bu araştırmanın amacı öğretmenlerin 6. ve 7. sınıf matematik öğretim programında yer alan “bir doğru parçasına eş bir doğru parçası inşa eder”, “bir doğru parçasının orta dikmesini inşa eder” ve “bir açıya eş bir açı inşa eder” kazanımlarını oluşturma sürecinde pergeli ve çizgeci nasıl kullandıklarını gözlemlemek, buna bağlı olarak o geometrik yapıyı inşa etmeye ilişkin görüşlerini belirlemektir. Bunların yanı sıra öğrencilerin pergeli ve çizgeci geometrik yapıyı inşa etme aşamasında kullanabilme becerileri gözlenmekte ve yapının inşa edilmesi sürecinde öğretmen-öğrenci-araç üçlüsü arasındaki etkileşim incelenmektedir. Bu bağlamda aşağıdaki alt problemlere yanıt aranmıştır:

- Öğretmenler geometrik yapıları pergeli ve çizgeci kullanarak nasıl inşa etmektedirler?
- Pergeli ve çizgeç ile geometrik yapı inşa edilirken öğrencilerin öğrenme sürecine yönelik neler gözlemlenmektedir?
- Öğretmenlerin pergeli ve çizgeç kullanarak geometrik yapıların inşasına yönelik görüşleri ne yöndedir?

YÖNTEM

Bu çalışmada geometrik yapıların inşasında öğretmenlerin pergeli ve çizgeci nasıl kullandıklarını gerçek ortamda incelemek amaçlanmaktadır. Burada öğretmenlerin pergeli ve çizgeci kullanma şekillerinin neler olduğuyla ilgili bir genellemeye varmak değil, bu araçları öğrenme ortamına dâhil etme sürecini oluşturan bileşenleri derinlemesine incelemek ve sistematik bir yaklaşımla yorumlamak amaçlanmaktadır. Örnek olay çalışması güncel olayları gerçek bağlamda incelediğinden (Yin, 1994) çalışmada bu araştırma stratejisi kullanılmıştır. Örnek olay çalışmasında gözlem ve görüşme veri toplama teknikleri kullanılmıştır. Öğretmenlerin doğal ortam içerisinde gözlemlenmesi, pergeli ve çizgeci öğrenme sürecinde kullanma şekillerini anlamlandırmaya katkı sağlayabilir. Bu nedenle veri toplamada yapılandırılmamış alan gözlem türü kullanılmış ve katılımcı gözlem yoluyla veri toplanmıştır. Öğretmenlerin derste sergiledikleri kayıt edilemeyen davranışları ve bu davranışların öğrencilerde yarattığı etki gözlemlenmiştir. Dersi gözlemlenen öğretmenlerin pergeli ve çizgeç kullanımına yönelik düşünceleri hakkında bilgi almak amaçlandığından, görüşme formu yaklaşımı (Patton, 1987) kullanılmıştır. Bunun yanı sıra gözlem yapılan sınıflardaki öğrencilerle sohbet tarzı görüşme (Patton, 1987) yapılmıştır. Sohbet tarzı görüşme araştırmacının gözlem amacıyla ortama katıldığı araştırmalarda kullanıldığı ve etkileşimin doğal akışı içinde sorulduğu (Yıldırım ve Şimşek, 2006) için tercih edilmiştir.

Katılımcılar

Çalışmanın katılımcıları üç ilköğretim matematik öğretmenidir. Örnek olay çalışmasında çoklu durum deseni kullanılmıştır. Çoklu durum deseninin kullanıldığı araştırmalarda katılımcılar belli bir örnekleme mantığıyla değil, araştırmacı tarafından seçilir (Yin, 1994: 51). Öğretmenler çalışmaya katılmaya istekli öğretmenler arasından, örnek olay çalışmalarında kullanılabilen bir örnekleme stratejisi olan uygun örnekleme stratejisi yoluyla (Cohen, Manion, Morrison, 2002) seçilmiştir. Seçilen öğretmenlerin üçü de eğitim fakültesi ilköğretim matematik öğretmenliğinden mezundur ve beş yıllık matematik öğretmenliği deneyimine sahiptir. Çalışma öncesinde öğretmenlerden ve okul yönetiminden gerekli izin alınmıştır. Öğretmenlerin deşifre olmalarına engel olmak için verilerin sunumunda isimleri değiştirilmiştir.

İşlem

Üç öğretmenin pergel ve çizgeç kullanarak geometri yapı inşa etmeye yönelik dersleri video kamerayla kaydedilmiştir. Belirtilen her bir kazanıma ilişkin ilköğretim 6–8. sınıflar matematik öğretim programında yer alan ünitelendirilmiş yıllık planda önerilen süre 40’ar dakikadır. Bu nedenle öğretmenler sözü edilen her bir kazanıma 40 dakika ayırmıştır. Öğretmenlerin ders işleyişleri sürecinde sınıftaki öğrencilerle görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşmeler sırasında öğrencilerin düşünme şekillerini yansıtılmalarını ve açıklamalarını sağlayıcı yönde yapılandırılmamış sorular yöneltilmiştir. Dersler sonrasında öğretmenlerin pergel ve çizgeci matematik derslerinde kullanımı hakkında yaklaşık yarım saatlik yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Yöneltilen soruların yargılamaya değil, kendilerini anlamaya yönelik olduğunu belirtmek için çalışma öncesinde öğretmen ve öğrencilere açıklama yapılmıştır.

Geçerlik ve Güvenirlik

Görüşme Formunun Geçerlik ve Güvenirliği

Görüşme formunun iç geçerliğini sağlamak için alan uzmanlarının görüşü alınmış, bu görüşler doğrultusunda uygulama öncesinde gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Bunun yanı sıra iki aday öğretmen ile pilot görüşme yapılarak soruların açık ve anlaşılır olup olmadığı kontrol edilmiştir.

Veri Analizinin Geçerlik ve Güvenirliği

Örnek olay çalışmasında geçerlik, “çoklu delil kaynakları”nın kullanımı ile sağlanabilir; çeşitleme bunlardan biridir (Yin, 1994). Örnek olay çalışmalarında katılımcı gözlem ve görüşme yöntemleri kullanarak yöntem çeşitlemesi, iki araştırmacının da ayrı ayrı veriyi analiz etmesi ile araştırmacı çeşitlemesi kullanılarak dış geçerlik sağlanmıştır. Örnek olay çalışmalarında çoklu durum deseninin kullanımı, sonuçların dış geçerliğini arttırmaktadır. Araştırmada oluşturulan çoklu durum deseninin araştırmacının dış geçerliğini sağladığı düşünülmektedir. Örnek olay çalışmasının tutarlılığı (güvenirliği), araştırma sürecinin her aşamasının detaylarını belirten örnek olay çalışması protokolü ile sağlanabilir (Yin, 1994). Üç öğretmenle gerçekleştirilen örnek olay çalışmaları ve görüşmeler çözümlenerek her biri için rapor hazırlanmıştır. Her birinin orijinal halinden ve araştırmacı raporundan veri tabanı oluşturulmuştur. Öğretmenlerin derste pergel ve çizgeci kullanma yaklaşımları ve bu yaklaşımların öğrenciye olan etkisi görüşme metinleri ile takip edilebilmektedir. Teyit edilebilirliği sağlamak için öğretmenlerin ders işlenişindeki örüntülere işaret edilmiş ve “delil zinciri” oluşturulmuştur. İncelemelerde delil olarak görüşme ve katılımcı gözlem notları kullanılmıştır.

Araştırmacının Rolü

Bu çalışmada araştırmacı öğretmenlerin ders işleme, öğrencilerin öğrenme süreçlerini etkilemeyecek kadar uzak, elde edilebilecek geçerli bilgileri kaybetmeyecek kadar yakın rol oynamıştır. Araştırmacı pergel ve çizgecin öğretmenler tarafından nasıl kullanıldığını ve bu kullanımın öğrenciler tarafından nasıl karşılandığını ortaya çıkarmaya çalışan tarafsız bir rol üstlenmiştir. Araştırmacı bunu gerçekleştirmek için olayda durumun gerektirdiği şekillerde öğrencilere sorular yöneltilmiştir. Yapılan gözlem ve görüşmeden elde edilen önemli bilgiler araştırma sonrasında not edilmiştir.

Veri Analizi

Öğrencilerin pergel ve çizgeci kullanarak geometrik yapı inşa etme sürecinde, öğretmenler tarafından nasıl yönlendirildiklerini belirten video kamera kayıtları verileri ile ders sonrasında gerçekleştirilen

görüşmelerden elde edilen veriler nitel veri analizlerinden betimsel analiz ile incelenmiştir. Veriler alt problemlere göre özetlenmiş ve yorumlanmıştır. Ayrıca, betimsel analizde sıkça yapıldığı gibi (Yıldırım ve Şimşek, 2006), görüşülen ve gözlenen öğrencilerin ve öğretmenlerin görüşlerini yansıtmak amacıyla doğrudan alıntılara yer verilmiştir. Veriler raporlaştırılarak sunulmuştur. Yazılı rapor çeşitlerinden çoklu örnek olay çalışması yazılı raporu (Yin, 1994) kullanılmıştır.

BULGULAR

Öğretmenlerden elde edilen veriler “Esin’in Dersi”, “Ayşe’nin Dersi” ve “Ece’nin Dersi” başlıklarıyla sunulmaktadır. Alt problemler her bir başlık altında incelenmektedir.

Esin’in Dersi

İlk araştırma problemi “Öğretmenler geometrik yapıları pergeli ve çizgeci kullanarak nasıl inşa etmektedirler?” şeklindedir. Esin dersinde ‘bir doğru parçasının orta dikmesini inşa eder’ kazanımını oluşturmayı amaçlamaktadır.

Esin tahtaya çizgeç yerine cetvel kullanarak bir doğru parçası çizdi. Pergelin açıklığını nasıl ayarladığını öğrencilere belirtmeden pergelin sivri ucunu doğru parçasının önce başlangıç sonra bitiş noktasına koydu ve doğru parçasının sadece üst kısmında kesişen yaylar oluşturdu. Yapılacak aşamaları hızlı şekilde belirttiğinden kimi öğrenciler ne yapılacağını anlamadıklarını belirtti. Bir öğrenci ise açıklığın yarısından az açılması durumunda yayların kesişmeyeceğini ifade etti:

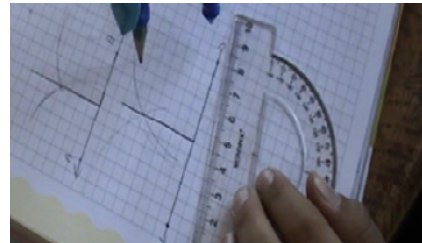
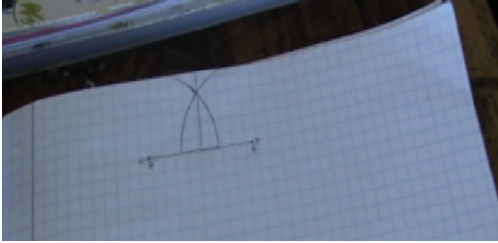
Öğrenci: Ama öğretmenim bir şey söyleyeceğim. Açıklığı yarısından az yaparsak o zaman olmaz ki!

Esin: (*Öğrenciyi duymazdan gelerek*) Orta dikme inmiyoruz. Sadece dikme iniyormuşuz. Tamam mı?

Öğrenci: Öğretmenim bir gösterebilir misiniz?

Esin: Açıklığımı ayarladım mı? B noktasına koydum ve bir yay çizdim, tamam mı? Açıklığı bozmadan A’ ya koydum ve bir yay daha çizeceğim iki yay çakışacak. Yani kesişecek birbirleriyle. O kestiği noktadan AB’ ye bir doğru inecek dikme inmiş olacak. Tamam mı?

Esin pergelin açıklığı hakkında bilgi vermedi ve öğrencinin sorusuyla ilgili açıklama yapmadı. Bu sırada öğretmenin yönergelerini aynen uygulayan bir öğrencinin çizdiği yayların kesişmemesi üzerine Esin, pergel açıklığının çizilen doğru parçasının uzunluğunun en az yarısı kadar olması gerektiğini belirtti. Ancak pergel açıklığını cetvelle değil çizgeçle ayarlamaları gerektiğini belirtmedi. Esin’in hatalı yönergelerini takip eden öğrencilerden bazıları, pergelin açıklığını cetvel kullanarak ayarladı. Bazıları da yine cetvel kullanarak pergelin doğru parçasının uzunluğunun yarısı kadar açarak çizim yaptılar ve tek kesişim noktası olduğundan geometrik yapıyı inşa edemediler. Ayrıca Esin’in tahtada doğru parçasının sadece üst kısmında kesişen yaylar oluşturması, kimi öğrencilerin bu nokta ile doğru parçasını birleştiren tek bir doğru parçası olduğunu düşünmelerine neden oldu. Öğrenciler orta dikme inşa etmeyi amaçladıklarını bildiklerinden kareli defterleri yardımıyla orta dikme oluşturabildi. Bu şekilde geometrik yapıyı inşa eden öğrencilerin çizimleri Şekil 6’da görülmektedir.



Şekil 6. Öğrencilerin orta dikme çizimi örnekleri

Esin’in yönlendirmelerdeki bu eksikliklerinin alan bilgisindeki yetersizlikten kaynaklandığı söylenebilir. Esin çizgeç kullanımına önem vermedi ve öğrencilerin cetvelle ölçüm yaparak geometrik yapıları inşa etmelerine müdahale etmedi. Hatta kendisi de tahtada çizgeç yerine cetvel kullandı. Bir doğru parçasının orta dikmesini pergel ve çizgeçle inşa etmeye ilişkin adımları öğrencinin keşfetmesine yönelik ders işlemedi. Bunun yerine neler yapılması gerektiğini hatalı yönergelerle dikte ettirdi.

İkinci araştırma problemi olan pergeli ve çizgeç ile geometrik yapı inşa edilirken öğrenme sürecinin nasıl gerçekleştiği, öğrenciler gözlemlenerek belirlenmeye çalışıldı. Öğrenciler çizgeç değil cetvel kullanarak öğretmenin yönergelerini takip etmeye çalıştı ve öğretmen buna müdahale etmedi. Öğrencilerin bir kısmının pergeli kullanmada güçlük çektikleri, pergelle yayları oluşturamadıkları ve yapıyı pergeli kullanmadan inşa ettikleri görüldü. Esin, öğrencilerin pergeli kullanmadaki yetersizliklerini gidermeye yönelik herhangi bir uyarıda bulunmadı. Yaşadıkları bu güçlük nedeniyle öğrencilerin yönergeleri takip etmekte zorlandıkları gözlemlendi. Pergeli kullanmada güçlük çekmeyen öğrencilerin ise oluşturdukları çizim adımlarını neden yaptıklarını sorgulamadıkları, düşünmeden yönergeleri uyguladıkları gözlemlendi. Örneğin bir öğrenci çizgeç yerine cetvel kullanarak doğru parçasının uzunluğunun yarısından fazlası kadar açtığı pergeli ile doğru parçasının başlangıç ve bitiş noktalarını merkez alan kesişen iki yay çizdi. Kesim noktalarını birleştirerek dikmeyi inşa etti. Çizim yönergelerini uygulayan bu öğrenciyle çizimi nasıl yaptığı ile ilgili aşağıdaki görüşme yapıldı:

- Öğrenci : İlk burada sekiz santim aldım yarısı nasıl desem dört buçuk aldım.
Araştırmacı : Neden dört buçuk aldın?
Öğrenci : Ortalayabilmek için.
Araştırmacı : Neyi ortalayabilmek için?
Öğrenci : *(Düşünüyorum...)* Ya niye bu kadar zor geliyor sorular...
Araştırmacı : Neden yarısından fazla alman gerektiğini biliyor musun? Düşündün mü hiç?
Öğrenci : Hayır hiç düşünmedim.
Araştırmacı : Sonra ne yaptın?
Öğrenci : İşte şu A ve B noktalarını ayarladık. A noktasından bir yay çizdik sonra B noktasından bu kesiştiği noktalar onun orta noktası olduğundan ortaya çizgi çektim.
Araştırmacı : Peki kaç derece olduğunu ölçtün mü?
Öğrenci : Bir dakika...*(açıölçerle ölçüyor)* tamam doksan.
Araştırmacı : Acaba neden doksan derece çıktı?
Öğrenci : Dik olduğu için.
Araştırmacı : Tamam dik olduğu için de. Şimdi sen yayların kesişimlerinden doğru parçasına bir doğru çizdin. Aralarındaki açının ölçüsü neden doksan derece çıktı? Bir fikrin var mı?
Öğrenci : Yok hocam.

Bu noktada pergeli ve çizgeç kullanılarak bir çizimin gerçekleştirilmesinin amaçlarının gerçekleşmediği söylenebilir çünkü öğrenci çizimi ölçerek; cetvel kullanarak gerçekleştirmiştir. Çizimi öğretmenin söylediği şekilde tamamlamış olmasına karşın öğrencinin çizim aşamalarında yapılanların mantığını anlamadığı gözlenmektedir. Bunun yanında öğrencinin bildiği geometrik bilgi yapıları ilişkilendirmediği görülmektedir. Öğretmenin ders işleyişinde çizimin gerçekleştirilmesine yönelik tartışmaların ve sorgulamaların olmaması öğrencilerin söz konusu yapıyı inşa etmelerine ve anlamlandırmalarına engel olmuş olabilir.

Esin'in doğru parçasının sadece üst kısmında yayların kesiştirilmesi yönünde verdiği yönerge ile kesim noktasını doğru parçasıyla birleştiren birden çok doğru çizilebilmektedir. Ancak öğrencilerin çoğunlukla doğru parçasına dik olan doğruyu çizdikleri görüldü. Bu durumla ilgili bir öğrenciyle yapılan görüşme aşağıda belirtilmektedir:

- Araştırmacı : Ama kesişimden şöyle inseydik böyle aşağı doğru inseydik peki böyle inseydik.
(Araştırmacı çizilebilecek farklı doğrular gösteriyor)
Öğrenci : O zaman öyle olmazdı.
Araştırmacı : Neden?
Öğrenci : O zaman sanırım yüz otuz derece olacak galiba. Elli derece, pardon...
Araştırmacı : Yani biz doksan dereceyi sağlamak istiyoruz o yüzden mi aşağı iniyoruz?
Öğrenci : Evet.

Öğrenci konu başlığını bildiği için çizim sonucunda oluşması gereken geometrik yapının dik olması gerektiğini düşünüp çizimi bu doğrultuda tamamladı. Dersin sonunda öğrencilerin düz çizgi

inşa etmede çizgeç yerine cetvel kullandığı ve çizimin neden gerçekleştirildiğini, izlenen adımların neden atıldığını anlamadıkları gözlemlendi.

Üçüncü araştırma sorusu öğretmenlerin pergel ve çizgeci kullanarak geometrik yapıların inşa edilmesine yönelik görüşlerini belirlemeyi amaçlamaktaydı. Ders anlatımı sonrasında görüşme yapılan Esin geometrik yapıların pergel ve çizgeçle inşa edilmesi ile ilgili kazanımların matematik öğretim programında yer almasını doğru ve önemli bulduğunu ancak öğrencilerin pergeli kullanamamaları sebebiyle gereken önemi veremediğini belirtti. Bunun yanında kazanımların önemli olmasını, çizimlerin öğrencilerin psikomotor becerilerinin geliştirmesi ile açıkladı:

Araştırmacı: Sizce geometrik yapıların inşa edilmesi ile ilgili kazanımların matematik öğretim programında yer alması öğrenciye ne kazandırır?

Esin : Yani... el becerisi geliyor. Onun dışında geometri derslerine olan bakış açısı, genelde daha çok korkarlar geometri dersinden öğrenciler. Bunlarla uğraşırken aslında tam anlamıyla uygulansa daha çok zevk alıyorlar uğraşırken aslında. O günkü dersimizde de yani tamam tam olarak beceremediler belki ama çocukların bundan zevk aldığını gördüm ben. Eğlendiler. Yani daha sıcak bakmalarını sağlıyor belki o derse. Daha çok eğleniyorlar bir şeyler yaparken ve matematiksel anlamda da işte analitik düşüncelerini, üç boyutlu cisimlere geçişte belki görüş açılarını, geometrik cisimlerde bakış açılarını geliştirir diye düşünüyorum.

Esin dersinde çizim adımlarını öğrencilere tartıştırmamasına, yanlış yönergeler vermesine ve gerekli zamanı ayırmamasına karşın geometri yapıların inşasının öğrencilerin geometriye bakış açılarını geliştireceğini belirtti. Esin geometrik yapıların yapılmasının özellikle öğrenciler için eğlenceli olduğuna ve öğrencilerin matematiğe yönelik olumlu tutum geliştirmelerine katkısına işaret etti. Esin'e öğrencilerin pergel ve çizgeç ile geometrik yapıları inşa etme sürecinde karşılaştığı öğrenci güçlükleri sorulduğunda bilişsel bir zorluk yerine psikomotor becerilerin eksikliğine işaret etti: *“Öğrenciler bir kere pergel tutmayı bilmiyorlar. Yani hiçbir şekilde hiçbir aracı kullanmayı bilmiyorlar”*. Görüşmede her iki araca ilişkin soru yöneltilmesine karşın Esin çizgeç kullanımına yönelik herhangi bir yorumda bulunmamış, sadece pergel kullanımı ile ilgili düşüncelerini belirtmiştir.

Esin öğrencilerin bildikleri geometrik kavramları ilişkilendirerek geometrik yapıları inşa etmelerini cesaretlendirme yönünde herhangi bir görüşe yer vermedi.

Ayşe'nin Dersi

İlk araştırma problemi “Öğretmenler geometrik yapıları pergel ve çizgeci kullanarak nasıl inşa etmektedirler?” şeklindedir. Ayşe ‘bir doğru parçasına eş bir doğru parçası inşa eder’ ve ‘bir doğru parçasının orta dikmesini inşa eder’ kazanımlarını gerçekleştirmeyi hedeflemektedir. Ayşe derse çizgeç yerine cetvelle doğru parçası çizdirerek başladı. Doğru parçasının uzunluğu kadar pergeli açmalarını söylediğinde bir öğrencinin pergeli kullanmayı bilmediğini belirtmesi üzerine pergel kullanımıyla ilgili aşağıdaki açıklama yaptı:

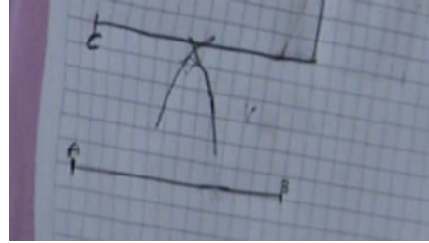
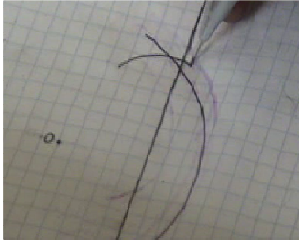
Ayşe : Elinizle (çizmenizi) istemiyorum. Pergelle yapıyorsunuz, pergeli kullanmayı öğrenin. Pergeli kullanırken bu arada bir bana bakar mısınız? Pergeli kullanırken şu sivri ucu koyuyorsunuz ya şurayı ellemiyorsunuz. Kalem koyduğunuz tarafı hiç ellemenize gerek yok şuraya sağlam destek verin sadece. Bunu sıkıca tuttuğunuz zaman bu tarafa doğru hareket ettiğimizde diğer tarafı hiç ellemiyorum. Bu taraf zaten size çizdiriverecek hemen. Burayı elleyip de böyle çizmeye çalışırsanız asıl bizim amacımız olan pergelin açısını bozarsınız.

Eş doğru parçası inşa etmeyle ilgili adımları doğru yönergelerle söyledi ve öğrencilerin bu yönergeleri uygulamasını sağladı. Bu süreçte kendisi de öğrenciler de çizgeç değil, cetvel kullandı. Kimi öğrencilerin pergel ve çizgeçle gerçekleştirilen adımları uygulamadığı, direkt olarak cetvelle eşit uzunluklara sahip doğru parçaları oluşturdukları gözlemlendi. Ayşe öğrencilerin oluşturulan her iki doğru parçasının uzunluğunu cetvelle ölçerek ne yaptıklarını keşfetmelerini istedi. Bu nedenle çizim oluşturulduktan sonra yapılanlarla ilgili öğrencilere sorular yöneltti.

- Ayşe : İlk çizdiğinizde ne kadardı zaten?
 Öğrenciler : Altı.
 Ayşe : Diğerini de ölçtünüz mü?
 Öğrenciler : Altı aynı öğretmenim.
 Ayşe : Peki biz ne yaptık şimdi?
 Öğrenciler : Eşitledik öğretmenim.
 Ayşe : Neyi eşitledik? Doğru parçasına eşit bir tane daha doğru parçası mı çizdik?
 Öğrenciler : Evet

Ayşe öğrencilerle inşa ettikleri yapıyla ilgili sorular yöneltti ancak neden sadece cetveli değil de pergeli kullanarak eş doğru parçası çizdiklerini ya da bu çizimin başka nasıl yapılabileceğini tartışmadı. Ayrıca öğrencilerin cetvel değil, çizgeç kullanmaları gerektiği üzerinde durmadı. Bu nedenle kimi öğrencilerin cetvel kullandığı gözlemlendi. Orta dikme çizimine geçti. Öğrencilerden defterlerine cetvelle 7 cm uzunluğunda doğru parçası çizmelerini istedi. Pergelin açıklığını 4-4,5 cm yapmalarını istedikten sonra pergeli doğru parçasının başlangıç ve bitiş noktalarına koyarak doğru parçasının üst kısmında kesişen yaylar çizmelerini söyledi. Pergelin açıklığının neden 4-4,5 cm olması gerektiği ile ilgili açıklama yapmadı ve açıklığın daha az ya da fazla olması durumunda ne olacağını öğrencilerle tartışmadı. Ayşe benzer yönergelerle öğrencilerin doğru parçasının alt kısmında kesişen yaylar çizmelerini sağladı. Daha sonra yayların kesim noktalarını birleştirmelerini istedi. Öğrencilere çizilen doğrunun, doğru parçasını iki eş parçaya ayırdığını fark ettirdi. Ancak olması gerektiği gibi çizgeci, söz konusu çizimi inşa etme sürecine katmadı. Bunun yanında, oluşan açının neden dik olduğunu öğrencilere tartıştırmadı.

İkinci araştırma problemi olan pergeli ve çizgeç ile geometrik yapı inşa edilirken öğrenme sürecinin nasıl gerçekleştiği, öğrenciler gözlemlenerek belirlenmeye çalışıldı. Çizimler yapılırken öğrenciler çizgeç kullanmadılar. Bunun yerine pergeli ve cetveli kullandılar. Öğrencilerin pergeli kullanmada sorun yaşadıkları gözlemlendi. Bu sorun nedeniyle öğrencilerin yönergeleri takip etmede güçlük çektikleri, yetişemediklerinde hiçbir aracı kullanmadan kalemlerle çizimleri gerçekleştirdikleri görüldü. Bu şekilde geometrik yapı inşa etmeye çalışan öğrencilerin çizimleri Şekil 7'de görülmektedir.



Şekil 7. Öğrencilerin pergeli ve çizgeç kullanmadan yaptıkları çizim örnekleri

Bunun yanında Ayşe dersinde farklı çizim yollarını kullanmamasına ve öğrencilerden de kullanmalarını beklememesine rağmen bir öğrencinin çemberlerin tamamını çizerek farklı bir yolla çizimi oluşturabildiği gözlemlendi. Öğrencilerin defterlerinin kareli olması çizilen doğru parçasının uzunluğunun yarısına denk gelecek şekilde kareleri saymalarına ve yayları bir noktada kesiştirip, kesim noktasından çizgi doğrultusunda doğru çizdikleri gözlemlendi. Bu noktada kareli defterler nedeniyle çizgecin etkili olarak kullanılmadığı söylenebilir.

Üçüncü araştırma sorusu öğretmenlerin pergeli ve çizgeç kullanarak geometrik yapıların inşasına yönelik görüşlerini belirlemeyi amaçlamaktaydı. Ders anlatımı sonrasında görüşme yapılan Ayşe geometrik yapıların inşası ile ilgili kazanımların matematik öğretim programında yer almasını doğru ve önemli bulduğunu belirtti. Bunun yanında okullardaki teknik yetersizliğin ve öğrencilerin çizim araçlarının kullanımını bilmemelerinin bu süreci olumsuz etkilediğine işaret etti:

- Ayşe : Geometrik yapılarla ilgili bu inşaların kesinlikle matematik programında yer alması gerekiyor. Ama... geometrik aletleri ... okullarda bulmak pek mümkün değil... Materyal bulamadığımız için açıkçası anlatmak da çok anlamsız geliyor. Öğrencilerin bunları kullanabilmesini öğretmek için de çok uzun bir süreç

gerekiyor açıkçası. Sınıf öğretmenlerinden gelen böyle bir hani kullanımı ile ilgili, bunların kullanımı ile ilgili bir sıkıntı var. Şimdi biz 6. sınıfta başlayıp tekrar bu çalışmayı yapınca bayağı bir zorluk çekiyoruz... Çok zaman kaybı oluyor.”

Araştırmacı : Geometrik yapıların inşası ile ilgili kazanımların matematik öğretim programında yer almasının amacı ne olabilir?

Ayşe : ...çizimle... canlandırdığı şekli bir arada nasıl bağdaştırıyor öğrenci kafasında. Yani matematiğin temel kavramlarından biri zaten geometrik inşa. Yani onları bilmeden geometride soru çözmesi de çok zor öğrencinin. Hani mesela açıortayın ne işe yaradığını, nasıl çizildiğini, çizdiği zaman çünkü bu açıortay demek tamam bu açıyı iki eşit parçaya bölen çizgi. Onu kafasında canlandırabiliyor. Ama direkt sen açıortay şudur dediğinde öğrenci için o hiçbir anlam ifade etmiyor. Ama kendisi çizmeyi başarırsa onu, ya da paralel, paralelliği mesela anlatırken çok zorlanıyoruz normalde. Soyut olarak anlatmaya çalıştığımızda. Paraleli anlatıyorsun iki dakika sonra çocuk paralelin ne olduğunu tamamen unutmuş oluyor. Ama çizdiği zaman kendi başına, onu gördüğünde işte paralel asla birbiriyle çakışmayacak doğrudur ya da doğru parçasıdır diye kafasında canlandırabiliyor.”

Ayşe geometrik yapıların inşasında soyut düşünmeyi önemli bulduğunu belirtti. Geometrik yapıların inşası sürecinde geometrik kavramlar ilişkilendirilerek yeni bir yapının inşası üzerinde durmaktan çok, çizimlerin görselleştirme sürecine katkısını vurguladı. Ayşe öğrencilerin pergel kullanmayı bilmemelerinin çizim sürecinde karşılaşılan en büyük güçlük olduğunu belirtti. Bu güçlüğü gidermek için çizimler öncesinde öğrencilerle çizim araçlarını kullanma ile çalışmalar yaptığını belirtti. Esin gibi Ayşe de çizgecin kullanımına yönelik herhangi bir açıklama yapmadı.

Ece'nin Dersi

İlk araştırma problemi “Öğretmenler geometrik yapıları pergel ve çizgeci kullanarak nasıl inşa etmektedirler?” şeklindedir. Ece derste ‘bir doğru parçasına eş bir doğru parçası inşa eder’ ve ‘bir açıya eş bir açı inşa eder ve bir açıyı iki eş açıya ayırır’ kazanımını gerçekleştirmeyi amaçlamaktadır.

Ece tahtaya cetvelle bir doğru parçası çizdi ve öğrencileri tahtaya kaldırarak bu doğru parçasına eş doğru parçası çizmelerini istedi. Bu çizimi yaptırırken pergel ve çizgeç değil sadece cetvel kullandı. Öğrencilerin sadece cetvel kullanarak eş doğru parçası çizmeyi kolaylıkla tamamlaması üzerine yeni bir çizime geçti. Öğrencilerden ölçüsü verilen bir açıyı inşa etmelerini istedi. Öğrenciler bu sefer de sadece açıölçeri kullanarak, pergel ve çizgeç kullanmadan açı modelleri oluşturdu. Çizimlerin pergel ve çizgeçle yaptırılmaması nedeniyle kazanımlar öğrenciler için açıölçerin nasıl kullanıldığı ile ilgili bir uygulama olmaktan öteye geçmedi.

İkinci araştırma problemi olan pergel ve çizgeç ile geometrik yapı inşa edilirken öğrenme sürecinin nasıl gerçekleştiği, öğrenciler gözlemlenerek belirlenmeye çalışıldı. Öğrenciler inşaları pergel ve çizgeç kullanmadan gerçekleştirdi. Konuyla ilişkisiz olarak öğretmenin açıölçer kullanımı üzerinde durması, dersin içeriğini farklılaştırdı. Öğrenciler pergel ve çizgeç yerine açıölçer kullanarak dikme oluşturdu. Bunun devamında Ece bir açıya eş açı inşa etme için ölçüleri eşit olan açının ne anlama geldiğine ilişkin öğrencilere sorular yönlendirdi. Bu süreçte öğrencilerin açların eş olması için açıyı oluşturan ışınların uzunluklarının eşit olması gerektiği yönündeki yanılgılarını belirleyen Ece bu yanılgıyı tartışarak giderdi.

Ece : Başka fikri olan var mı? Murat diyor ki o ışınların boyları da aynı olmalı. Peki, ben bir şey söyleyebilir miyim? Açının kolları uzadıkça veya kıaldıkça bir şey değişiyor mu?

Öğrenci : Hayır öğretmenim onlar zaten sonsuza kadar gider.

Ece : Zaten sonsuza kadar gidiyor güzel. O yüzden istediğiniz kadar uzun veya kısa yapabilirsiniz. Nasıl ki bir doğru parçasına eş bir doğru parçası çizerken buralarını ölçüyor buralarını çiziyorsak açı ölçerken de açının derecesine bakıyoruz açıyı çiziyoruz. Peki, yönü fark eder mi?

Açının yönünün farklı olmasının açıların eş olmasını etkilemediğini tartıştıran Ece özetle bir doğru parçasına eş doğru parçası inşa etmede cetvelden, bir açıya eş açı inşa etmede açılardan yararlandı ve pergeli ile çizgeci çizimlerde hiç kullanmadı.

Üçüncü araştırma sorusu öğretmenlerin pergeli ve çizgeci kullanarak geometrik yapıların inşasına yönelik görüşlerini belirlemeyi amaçlamaktaydı. Ders anlatımı sonrasında görüşme yapılan Ece geometrik yapıların inşası ile ilgili kazanımların matematik öğretim programında yer almasını doğru ve önemli bulduğunu belirtti. Bunlarla ilgili kazanımların matematik öğretim programında yer almasının amacını aşağıdaki şekilde belirtti:

- Ece : *(Bu kazanımların amacının)* Geometrinin temelini oluşturmak diye düşünüyorum. Geometrik kavramları öğrenmelerini kolaylaştırıyor. Bir doğru parçasına eş doğru parçası çizmeyi yaptığımızda, onunla ilgili hesaplamalar yaptığımızda baştan bunların verilmesi iyi oluyor... Önceden daha ezber veriyorduk.
- Araştırmacı : Sizce geometrik yapıların inşası ile ilgili kazanımların matematik öğretim programında yer alması öğrenciye ne kazandırır?
- Ece : Öncelikle görsellik, nasıl çizildiğine dair... Sonrası için daha yararlı oluyor. Öğrenciye bir defa ezber değil. Daha sonra daha kolay yorum yapabilir diye düşünüyorum bu çizimleri yaptıktan sonra.

Ece dersinde çizimlerin nasıl gerçekleştirilebileceği ile ilgili herhangi bir tartışmaya yer vermedi. Ancak bu süreçte açığa çıkan öğrenci yanılgılarını giderdi. Pergeli ve çizgeci belirtilen kazanımların oluşturulması sürecinden beklenen yönde kullanmadı.

Öğretmenlerin ders işleyişleri genel olarak değerlendirildiğinde pergeli ve çizgeci inşalarında öğretmen merkezli yaklaşımın olduğu söylenebilir. Her üç öğretmen de gerçekleştirmeyi amaçladıkları çizimler için sadece pergel ile yapmaları gerekenleri belirtti ve öğrencilerinden bu yönergeleri takip etmelerini istedi. Ece dersinde tartışmalara en çok yer veren öğretmen olmasına rağmen derste sadece ön bilgilere yönelik tartışmalara yer verdi; sadece pergeli ve çizgeci kullanılarak gerçekleştirilebilecek farklı çizim yollarının neler olabileceğini tartışmadı. Hatta kendisi de öğretim programında önerilen ve ders kitabında yer alan pergeli ve çizgeci kullanılarak gerçekleştirilebilecek farklı çizim yollarını kullanmadı. İki öğretmenin (Ayşe, Esin) tahtada çizim yapabilecekleri büyüklükte pergeli ve çizgeci kullanmadıkları gözlemlendi. Bu durum pergeli veya çizgeci kullanmayla ilgili sorun yaşayan öğrencilere ulaşmada sıkıntı yarattı. Üç öğretmen de çizgeci yerine cetvel kullandı. Ölçülü çizimlerin yapılması pergeli ve çizgeci inşalarının amacına uygun tartışmaların yaşanmasını engelledi. Öğretmenin tahtada çizgeci yerine cetvel kullandığını gören öğrenciler de çizimleri çizgeci ile değil cetvelle gerçekleştirmeye yöneldi. Öğretmenlerin adım adım belirttiği yönergeler sonucunda pergeli ve çizgeci ile inşa edilen geometrik yapıların özelliklerini ve sadece pergeli ve çizgeci kullanılarak nasıl inşa edilebildiğini öğrencilerle tartışmadığı gözlemlendi. Bir doğru parçasının orta dikmesini inşa etmenin işlendiği Ayşe ve Esin'in derslerinde öğrencilerin zorlandıkları gözlemlendi. Oysa bir doğrunun üzerindeki bir noktadan bu doğruya dikme çıkar kazanımı orta dikme inşa etme kazanımından önce işlenmişti. Benzer şekilde adımları uygulamaları halinde öğretmen yönergesine gerek duymadan çizebilecekken öğrencilerin öğretmen yönergeleri ile bile çizim yapmada zorluk çektikleri görüldü.

TARTIŞMA VE SONUÇ

Araştırmadan elde edilen bulgulara ilişkin iki içeriğe yer verilecektir. İlk olarak pergeli ve çizgeci inşalarının önemine değinilerek katılımcı öğretmenlerin pergeli ve çizgeci öğrenme sürecine katmadaki öğretim yaklaşımları ve bu yaklaşımların öğrenciye olan etkisi değerlendirilecektir. Daha sonra öğretmenlerin pergeli ve çizgecin derslerde kullanımına yönelik düşünceleri tartışılacaktır.

Pergeli ve çizgeci yardımıyla geometrik yapıların inşası, matematik derslerinde kullanılabilir doğal problem durumları oluşturma yönünden önemlidir. Napitupulu'nun (2001) araştırması da geometrik düşünmeyi desteklemede öğrencilerin pergeli ve çizgeci ile geometrik yapıları inşa etmelerinin ve geometrik bilgileri ilişkilendirmelerinin gerekliliğine işaret etmektedir. Araştırmacı çalışmasını pergeli ve çizgeci ile geometrik yapıları öğrencilerin inşa etmesini destekleyecek yönde yapılandırmış ve öğrencilerin Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri, temel geometri bilgileri ve pergeli ve çizgeci ile geometrik yapıların inşası kavrayışları arasındaki ilişkiyi araştırmıştır.

Napitupulu'nun (2001) araştırması, öğrencilerin geometrik yapıları inşa etme anlayışları, van Hiele seviyeleri ve temel geometri bilgileri arasında ilişki olduğunu göstermiştir. Sözü edilen araştırmadan hareketle öğretmen yönergeleri ile ilerleyen ve öğrencilerin ne yaptıklarını sorgulamadıkları geometrik yapı inşalarının geometrik düşünmeyi desteklemediği söylenebilir. Bu noktada geometrik yapıların pergeli ve çizgeyle gerçekleştirilen inşasında öğretmen merkezli değil, öğrenci merkezli bir anlayışın gerekli olduğu düşünülebilir. Bu araştırmadaki öğretmenler öğrencilerden belli yönergeleri uygulamalarını beklemiştir. Öğretmenlerin pergeli ve çizgeç kullanarak geometrik yapıların nasıl inşa edileceğine ilişkin yönergeleri ardı sıra vermesi, öğrencilerin yaptıkları çalışmanın bütününden uzaklaşmalarına neden olmuştur. Öğrenciler söylenen adımları gerçekleştirerek ve yalnız pergeli ve çizgeç kullanarak doğru şekilde geometrik yapıyı inşa etseler bile bu yapıyı ve özelliklerini yorumlamada güçlük çekmişlerdir. Matematik araçlarının derslerde kullanımına ilişkin yapılan çeşitli araştırmalarda benzer bulgulara rastlanmış, öğretmenlerin araçları derslerde kavramsal anlamayı gerçekleştirme yönünde kullanmadığı görülmüştür (Clements ve McMillen, 1996; Stein ve Bovalino, 2001; Schorr, Firestone ve Monfils, 2001). Hiebert ve Wearne (1992) öğrencilerin kimi zaman araçları ezbere kullanabildiklerini ve gerçekleştirdikleri işlemlerin altında yatan kavramları anlamadıklarını belirtmektedir. Araştırmalarda, araç kullanılarak işlenen matematik derslerinde belli kuralların uygulandığı bir ders yapısı yerine öğrencilerin kendi anlamlarını oluşturma ve düşünme fırsatının verildiği öğrenme ortamlarının oluşturulması önerilmektedir (Stein ve Bovalino, 2001; Thompson, 1992). Bu bağlamda söz konusu çizimin yalnız pergeli ve çizgeç kullanılarak nasıl yapılabileceğinin öğrencilere tartışılması ve farklı çizim yollarının öğrenciler tarafından oluşturulması sağlanabilir. Bu süreçte giriş bölümünde açıklanan Smart'ın (1998) adımları yol gösterici olabilir.

Araştırmadaki katılımcı öğretmenlerin üçü de pergeli ve çizgeçle gerçekleştirilecek inşalarda çizgeç yerine cetvel kullanmada bir sakınca görmemişlerdir. Oysa pergeli ve çizgeç inşalarında öğrencileri düşünmeye yönelttiği unsur belli bir ölçünün kullanılmamasıdır. Bu durum öğretmenlerin söz konusu inşaların pergeli ve çizgeçle gerçekleştirilmesine ilişkin alan bilgilerinin yetersiz olduğunu düşündürmektedir. Benzer sonuca Hyatt, Leigh, Snyder ve Borda (1992) ulaşmışlardır. Araştırmacılar 4-8. sınıfların matematik dersine giren otuz öğretmenle görüşme yaparak derslerde araç kullanımına yönelik tutum ve yeterliklerini araştırmışlardır. Araştırmanın sonucuna göre öğretmenlerin derslerde araç kullanmamalarının nedenlerinden birinin araçların derste nasıl kullanılması gerektiğini bilmemesi olduğu ortaya çıkmıştır. Bu bağlamda öğretmenlerin matematik araçlarını derste kullanmadan önce araçların pedagojik yönünü keşfetmelerinin önemli olduğu söylenebilir.

Araştırmada yer alan öğretmenler pergeli ve çizgeçle gerçekleştirilen geometrik yapı inşalarının programda yer almasını, öğrenci motivasyonunu artırması yönüyle ele almışlardır. Pergeli ve çizgeçle gerçekleştirilen geometrik yapı inşaları öğrencileri bu yönde olumlu etkileyebilir, ancak bu inşalardaki esas amaç öğrencinin geometrideki temel ilişkileri fark etmesini sağlamaktır. Çünkü araçların ana işlevleri öğrencilerin matematiksel fikirlere ilişkin kavramsal anlayışlarını geliştirmelerine yardım etmektir. Bu bağlamda pergeli ve çizgecin eğlendirici yönü nedeniyle değil, geometrik düşünmeye olan katkısının ön planda olması beklenmektedir. Moyer (2001) 10 ortaokul öğretmenin matematik öğretilerinde araç kullanımlarını inceleyen bir yıllık çalışmasında benzer bulgulara ulaşmıştır. Araştırmacı öğretmenlerin davranışları ve ifadeleri doğrultusunda araçların öğrencileri eğlendirme amacıyla kullanıldığını saptamıştır. Buradan hareketle öğretmenlerin araçları öğrenme arzusunu artıran nesnelere değil, öğrenme sürecini destekleyen yardımcıları olarak değerlendirmesini sağlamak önerilebilir.

İlköğretim düzeyindeki çizimlerde ispat yapılması beklenmese de doğrulamalar ya da bilinen geometri bilgilerinden hareketle geometrik yapıların inşası üzerinde durulabilir. Böylece öğrenci kendine verilen adımları düşünmeden uygulama yerine, bildikleri ile ilişkilendirerek geometrik araştırmalar yapabilir. Bu noktada pergeli ve çizgeç kullanarak bir geometrik yapının inşası sürecinde ön bilgilerin dikkate alınması önemli olacaktır. Çünkü öğrencilerden istenen çizimlerin gerçekleştirilmesi için ön öğrenmelerinin tam olması gerekmektedir. Örneğin bir doğru parçasının orta dikmesi oluşturulurken, merkezleri doğruya olan iki çemberin merkezlerini birleştiren doğru ile kesim noktalarını birleştiren doğrunun birbirine dik olduğu bilgisi kullanılmalıdır. Bu bilgiye sahip olmadan öğrencilerin bir doğru parçasının orta dikmesini pergeli ve çizgeç ile inşa etmeleri beklenemez. Bunun yanında öğrencilere ne yapmaları gerektiği söylenip takip etmelerini istemekle de kavramsal öğrenmenin gerçekleşmesi mümkün görünmemektedir. Bununla birlikte ilköğretim matematik öğretiler programı matematikle ilgili kavramların, kavramların kendi aralarındaki ilişkilerin,

işlemlerin altında yatan anlamın kazandırılmasını vurgulamakta ve anlamlı öğrenmenin gerçekleşmesini amaçlamaktadır (MEB, 2007). Bu nedenle öğrencilerin pergeli ve çizgeç inşalarında geometri kavramlarını ilişkilendirmesi ve anlayarak belli adımları atması sağlanmalıdır.

Geometrik yapıların pergeli ve çizgeçle inşasının öğrencilerin geometrik düşüncelerinin gelişimine olan katkısına çeşitli araştırmalarda işaret edilmektedir. Ancak öğrencilerin ön bilgileri geometrik yapıları inşa etme için yetersizse farklı yollar kullanılarak (kâğıt katlama gibi) geometrik yapıların inşa edilmesi daha uygun olabilir. Bu araştırmada üç öğretmenin pergeli ve çizgeç kullanarak geometrik yapıları inşa etme süreci incelenmiştir. Matematik derslerinde pergeli ve çizgecin doğru kullanımının öğrenci anlayışına olan etkilerini incelemek yapılması önerilecek çalışmalardan biridir. Bunun dışında geometri tahtası, cebir karoları, tangram gibi diğer matematik araçlarının matematik dersinde kullanılma süreçleri ile ilgili yapılacak araştırmalar, araçlarının kullanımı ile ilgili daha bütünsel sonuçlara ulaşmayı sağlayabilir.

KAYNAKÇA

- Axler, S. ve Ribet, K.A. (2005). Straightedge and compass. In J. Stillwell (Ed.), *The Four Pillars of Geometry* (pp. 1–19). New York: Springer.
- Baragar, A. (2002). Constructions using a compass and twice-notched straightedge. *Mathematical Association of America*, 109(2), 151-164.
- Boulton-Lewis, G. M. (1998). Children's strategy use and interpretations of mathematical representations. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 219–237.
- Cherowitzo, B. (2006). "Geometric Constructions." [Online] Retrieved on 18-August-2008., at URL <http://www-math.cudenver.edu/~wcherowi/courses/m3210/lecchap5.pdf>.
- Clement, D. H, & McMillen, S. (1996). Rethinking concrete materials, *Teaching Children Mathematics*, 8, 340-343.
- Cohen, L., Manion, L., Morrison, K. (2002). *Research methods in education*, London: Routledge.
- Gilbert, R. & Bush, W. (1988). Familiarity, availability, and use of manipulative devices in mathematics at the primary level. *School Science and Mathematics*. 88(6), 459-469.
- Goodman-Strauss, C. (2001). Compass and straightedge in the Poincaré disk, *The American Mathematical Monthly*. 108(1), 38-49.
- Hartshorne, R. (2000). *Geometry: Euclid and beyond*. USA: Springer
- Hawkins, V. (2007). *The Effects of Math Manipulative on Student Achievement in Mathematics*. Yayınlanmamış doktora tezi, Capella University, USA.
- Hiebert, J., & Carpenter, T .P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research in mathematics teaching and learning* (pp. 65-97). New York: Macmillan.
- Hiebert, J. & Wearne, D. (1992). Links between teaching and learning place value with understanding in first grade, *Journal for Research in Mathematics Education*, 23, 98–122.
- Hoffer, A. (1981). Geometry more than proof. *Mathematics Teacher*, 74(1), 11-18.
- Kober, N. (1991). *What we know about mathematics teaching and learning*. Washington, D.C.: Council for Educational Development and Research, Department of Education. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 343 793).
- Lawson M. J. & Chinnappa, M. (2000). Knowledge connectedness in geometry problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 26-43.
- Millî Eğitim Bakanlığı ([MEB], 2005). İlköğretim matematik dersi 1-5. sınıflar öğretim programı, Ankara: MEB.
- Millî Eğitim Bakanlığı ([MEB], 2007). İlköğretim matematik dersi 6–8. sınıflar öğretim programı, Ankara: MEB.
- Moyer, P. S. (2001). Are we having fun yet? How teachers use manipulative to teach mathematics, *Educational Studies in Mathematics*, 47, 175–197.
- Napitupulu, B. (2001). *An Exploration of Students' Understanding and Van Hiele Levels of Thinking on Geometric Constructions*, Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Simon Fraser University, Indonesia.
- Olkun, S., Toluk, Z. (2004). Teacher questioning with an appropriate manipulative may make a big difference, *IUMPST: The Journal*, 2, 1-11.
- Patton, M. Q. (1987). How to use qualitative methods in evaluation, California: Sage Publications.

- Schorr, R. Y., Firestone, W. & Monfils, L. (2001). "An analysis of the teaching practices of a group of the fourth grade teachers." *Paper presented at the annual meeting of the North American chapter of the IGPME, USA.*
- Smart, J. R. (1998). *Modern geometries* (5th Edition), Pacific Grove, CA: Brooks/Cole Publishing.
- Son, J. (2006). Investigating preservice teachers' understanding and strategies on a student's errors of reflective symmetry. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehlíková, (Eds.). *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 5, pp. 145-152). Prague: PME.
- Sowell, E.J. (1989). Effects of manipulative materials in mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(5), 498–505.
- Spear-Swerling, L.(2006). "The use of manipulatives in mathematics instruction." [Online] Retrieved on 21-June-2006, at URL: www.ldonline.org.
- Stein, M. S. & Bovalino, J. W. (2001). Manipulatives: One piece of the puzzle. *Mathematics Teaching in the Middle School*. 6(6), 356-359.
- Thompson, P.W. (1992). Notation, conventions, and constraints: Contributions to effective uses of concrete materials in elementary mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*. 23(2), 123-147.
- Tooke, D., Hyatt, B., Leigh, M., Snyder, B. & Borda, T. (1992). Why aren't manipulatives used in every middle school mathematics classroom? *Middle School Journal*, 24(2), 61-62.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2006). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*, Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yin, R. (1994). *Case study research: Design and methods*. USA: Sage.